

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

filierea tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filierea tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XI-a

Subiectul 1

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{pmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbf{R}$.

- Rezolvați ecuația $A \cdot X = B$; $X \in M_2(\mathbf{R})$.
- Dacă matricea $C \in M_2(\mathbf{R})$ este $C = A + A^2 + \dots + A^{2013}$, atunci calculați $\det C$.
- Demonstrați că egalitatea $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ este adevărată dacă și numai dacă $ac=0$.

Subiectul 2:

Se dau matricele $A = \begin{pmatrix} x+1 & -x \\ x-2 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 3x-1 \\ 6 & x-2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} x & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Calculați:

- $\det(A+B)$;
- $\det(C^2)$;
- soluțiile ecuației $\det(A+B) = \det(C^2)$.

Subiectul 3

Calculați limitele:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \right)^x$;
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot e^{\operatorname{tg}(x-1)} - \sqrt{6}}{\sin(x^2 - 1)}$

Subiectul 4

Laturile AB, BC și AC ale triunghiului ABC sunt date prin ecuațiile: $x+21y-22=0$;
 $5x-12y+7=0$; $4x-33y+146=0$.

- Determinați coordonatele vârfurilor triunghiului ABC.
- Calculați aria triunghiului ABC.

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu