

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializărilefiliera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XII-a

Subiectul 1

Să se arate că pe mulțimea $G = (2, +\infty) \setminus \{3\}$ legea de compoziție $x \circ y = (x-2)^{\frac{1}{3} \ln(y-2)} + 2$ determină o structură algebrică de grup abelian.

Subiectul 2

$$\text{Fie } a \in \mathbf{R} \text{ și } G = \left\{ A(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & at^2 + 2t \\ 0 & 1 & 4t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbf{R} \right\}.$$

- a) Să se determine a astfel încât G să fie parte stabilă a lui $M_3(\mathbf{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor.
 b) Pentru $a = 2$, să se arate că (G, \cdot) este grup abelian.
 c) Să se arate că $(\mathbf{R}, +)$ și (G, \cdot) sunt izomorfe.

Subiectul 3

- a) Să se determine funcțiile $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ care admit o primitivă F cu proprietatea că $2xF(x) = f(x), \forall x > 0$
 b) Calculați o primitivă a funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x - 2 + \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 6x + 9}$

Subiectul 4

- a) Considerăm funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = \frac{1}{4}(2x \sin 2x + \cos 2x)$.

Calculați derivata funcției f .

- b) Fie $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos^2 x dx$ și $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin^2 x dx$. Calculați $I + J$, $I - J$ și deduceți apoi I și J .

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu