INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ„ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale şi protecţia mediului

Clasa a IX-a

Subiectul 1

a) Să se arate că $a^2+b^2+c^2 \geq ab+ac+bc, \ \forall a,b,c \in R.$

b) Să se determine $x \in Z$ astfel încât să existe intervalul $I=\left[\frac{x^2}{2};18\right].$

Subiectul 2

a) Rezolvați în R ecuația: $\left[\frac{x+1}{4}\right]=\frac{x-4}{3}$.

b) Să se arate că pentru orice număr natural $n \geq 1$, numărul $5^n+2\cdot 3^{n-1}+1$ este divizibil cu 8.

Subiectul 3

a) Se dau numerele $a=-3$ și $b=15$. Să se insereze între a și b cinci numere care împreună cu a și b să formeze o progresie aritmetică.

b) Fie $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_1>0$ și $a_{n+1}=\frac{5a_n+3}{a_n+3}, \forall n \geq 1.$ Definim șirul $(b_n)_{n\geq 1}$, $b_n=\frac{a_n-3}{a_n+1}$. Arătați că șirul $(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică.

Subiectul 4

Fie patrulaterul convex $ABCD$. Pe laturile $[AD]$ și $[BC]$ se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $\frac{AM}{MD}=2$ și $\frac{BN}{NC}=\frac{1}{3}$. Demonstrați că:

a) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BN}-\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BA}$;

b) $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$;

c) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{12}\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}.$

Nota:
Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se puncteaza de la 0 la 7.
Nu se acorda puncte din oficiu.