CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”

EDIŢIA A VII-A, 27.10.2012

SUBIECT CLASA a IX - a

Nr. item				
	SUBIECTELE 1-9 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pe grila de concurs marcaţi cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.***			
1.	Rezultatul calculului $\sqrt{76-32\sqrt{3}}+\sqrt{28+16\sqrt{3}}-4\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ este:			
	A $4\sqrt{3}$	B $3\sqrt{2}$	C $2\sqrt{3}$	D $4\sqrt{2}$
2.	Aria triunghiului în care lungimile laturilor verifică relaţia $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$, iar perimetrul este egal cu 48 cm, este:			
	A $64\sqrt{3}cm^2$	B $128\sqrt{3}cm^2$	C $48\sqrt{3}\ cm^2$	D $8\sqrt{3}cm^2$
3.	Ştiind că numerele reale x, y, z verifică egalitatea $4x^2+9y^2+16z^2-4x-6y+8z+3=0$, atunci expresia $(2x+3y+4z)^{2012}$ este egală cu:			
	A 1	B 3^{2012}	C 0	D 9^{2012}
4.	Fie cubul $ABDA'B'C'D'$ cu muchia de 6 cm. Distanţa de la punctul D la planul $(D'AC)$ este:			
	A $6\sqrt{2}cm$	B $2\sqrt{3}cm$	C $3\sqrt{3}cm$	D $2\sqrt{6}cm$
5.	Se consideră funcţia $f:\{0,1,2,3,...,2012\}\to\{0,1,2,3,...,2012\}$ cu proprietatea că $f(x)\neq f(y)$ pentru orice $x,y\in R$, $x\neq y$. Valoarea sumei $f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2012)$ este:			
	A 4050156	B 2024072	C 4048144	D 2025078
6.	Fie $x\in R$ cu proprietatea $x+\frac{1}{x}=6$. Calculând $x^3+\frac{1}{x^3}$ se obţine:			
	A 216	B 36	C 198	210
7.	Fie tetraedrul regulat VABC cu muchia de 6 cm. Aria proiecţiei triunghiului VBC pe planul (ABC) este egală cu:			
	A $9\sqrt{3}cm^2$	B $3\sqrt{3}cm^2$	C $\frac{3\sqrt{3}}{2}cm^2$	D $6\sqrt{3}cm^2$
8.	Egalitatea $\dfrac{x-1}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+...+\frac{1}{1+2+3+...+2011}}=\dfrac{2012}{2011}$ are loc pentru :			
	A $x=1$	B $x=4$	C $x=2$	D $x=3$
9.	Numărul perechilor (x,y) cu x<y nenule pentru care avem $\sqrt{\overline{0,x(y)}+\overline{0,y(x)}}\in Q$ este:			
	A 5	B 6	C 4	D 3
	SUBIECTELE 10 – 12 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pentru subiectele* 10-12*, pe grila de concurs marcaţi cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.***			
10.	Segmentele OA, OB, OC sunt perpendiculare două câte două şi au lungimile $3\sqrt{2}$ cm şi $3\sqrt{3}$ cm şi $3\sqrt{6}$ cm, iar H ortocentru triunghiului ABC. Stabiliţi care din următoarele afirmaţii sunt adevărate:			
	A Volumul tetraedrului	B Distanţa de la punctul	C $OB\perp(OAC)$	D

	OABC este $27\,cm^3$	O la planul (ABC) este $3cm$		$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$
11.	Fie intervalul $[a,b]$ cu $a,b\in R_+$. Stabiliţi care din următoarele propoziţii sunt adevărate:			
	A $[a,b]\cup\left(0,\frac{a+b}{2}\right]=$ $=(0,b]$	B $[a,b]\cap\left(\sqrt{ab},b+1\right)=$ $=\left(\sqrt{ab},b\right]$	C $[a,b]\cap\left(a-1,\frac{2ab}{a+b}\right)=$ $=\left[a,\frac{2ab}{a+b}\right)$	D $\left[a,\frac{a+b}{2}\right)-\left(\sqrt{ab},\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\right)=$ $=\Phi$
12.	Pentru fiecare număr raţional $m>0$ considerăm funcţia $f_m:R\to R$, $f_m(x)=\frac{1}{m}\cdot x+m$. Notăm cu G_m graficul funcţiei f_m. Dacă p, q, r sunt numere raţionale pozitive, stabiliţi care din afirmaţiile următoare sunt adevărate:			
	A Dacă p şi q sunt numere distincte, atunci mulţimea $G_p\cap G_q$ este nevidă.	B Dacă $G_p\cap G_q$ este un punct de coordonate numere întregi, atunci p şi q sunt întregi.	C Dacă p, q şi r sunt numere naturale consecutive, atunci aria triunghiului determinat de intersecţiile graficelor G_p, G_q, G_r este egală cu 1	D Există p şi q numere distincte astfel încât $G_p\cap G_q=\Phi$
	SUBIECTELE 13 – 20 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pentru subiectele* 13-20*, pe grila de concurs completaţi răspunsul corect corespunzător spaţiilor punctate din enunţ***			
13.	Soluţia ecuaţiei $\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}+\frac{x-3}{4}+...+\frac{x-2012}{2013}+2012=0$ este...			
14.	Într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile L, l şi h, diagonala d formează cu feţele paralelipipedului unghiuri având măsurile x, y şi z. Atunci $\sin^2 x+\sin^2 y+\sin^2 z=...$			
15.	Dacă x şi y sunt numere reale pozitive, iar suma dintre media aritmetică şi media geometrică a numerelor este egală cu y-x, atunci valoarea raportului $\frac{x}{y}$ este...			
16.	Dacă funcţia $f:R\to R$ verifică relaţia $f(x)+2012\le x\le f(x+2012)$, atunci f(x)=...			
17.	Fie SABC o piramidă triunghiulară regulată cu muchia bazei AB = 6 cm şi muchia laterală SA = $3\sqrt{2}$ cm. Măsura unghiului dintre planele (SAB) şi (SAC) este...			
18.	Cardinalul mulţimii $A=\left\{x\in Z\,\middle\|\,x=\frac{n^2+n+6}{2n+1},n\in Z\right\}$ este...			
19.	Dacă $x,y\in R^*$, astfel încât $4x^2+9xy+5y^2=0$, atunci $\frac{2x+3y}{3x+4y}=...$			
20.	Soluţia reală a ecuaţiei $(x+2)^2+(x+4)^2+...+(x+20)^2=(x-1)^2+(x-3)^2+...+(x-19)^2$ este...			
	TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = **160 PUNCTE**			

SUCCES !!!

Notă:Toate subiectele sunt obligatorii. *Timp de lucru 180 minute*