

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

Clasa a XII-a

**Subiectul 1**

Fie  $f : R \rightarrow R$  o funcție care admite primitive.

Să se arate că funcția  $g : R \rightarrow R, g(x) = |x| \cdot f(x)$  admite primitive.

G.M.

**Subiectul 2**

Fie  $I_n = \int \operatorname{tg}^n x \cdot \operatorname{tg} 2x \, dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right), n \in \mathbb{N}^*$

- Să se calculeze  $I_1$ .
- Să se găsească o relație de recurență pentru  $I_n$ .

Prof. Arventiev Dorin

**Subiectul 3**

Determinați numărul funcțiilor  $f : R \rightarrow R$  pentru care legea de compoziție  $x \circ y = 2x + f(y) + 3xy$ , determină pe  $R$  o structură de monoid comutativ.

Prof. Homentcovschi Cristina

**Subiectul 4**

Pe  $Z$  definim legea de compoziție  $x \circ y = (x + y) \bmod 3 + (x \cdot y) \bmod 2$ , unde notația  $x \bmod n$  reprezintă restul împărțirii lui  $x$  la  $n$ .

- Să se arate că legea nu este asociativă.
- Să se determine  $x \in Z$  pentru care  $x \circ (5 \circ 7) = x \circ (5 \circ x)$ .
- Să se determine  $H \subset Z$  astfel încât  $(H, \circ)$  să fie grup.

Prof. Homentcovschi Cristina

Notă:

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu