INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – Constanța, 16.02.2013
Clasa a IX-a

Subiectul 1.

Rezolvați, în R^*, ecuația: $[x]+\left\{\frac{1}{x}\right\}=\{x\}+\left[\frac{1}{x}\right]$, unde cu $[a]$ si $\{a\}$ s-au notat respectiv partea întreagă și partea fracționară a numărului real *a*.

Niculae Cavachi, Dorin Arventiev

Subiectul 2.

Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC și G, G_A, G_B, G_C respectiv centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, MBC, MAC și MAB. Să se arate că:
$\overrightarrow{AG_A}+\overrightarrow{BG_B}+\overrightarrow{CG_C}=\vec{0} \Leftrightarrow M=G$

Gazeta Matematică

Subiectul 3.

Demonstrați că, pentru orice numere reale strict pozitive *a*, *b și c* are loc inegalitatea: $\frac{a+b}{a+c}+\frac{b+c}{b+a}+\frac{c+a}{c+b}\le\frac{1}{4}\left[\left(1+\frac{b}{a}\right)^2+\left(1+\frac{c}{b}\right)^2+\left(1+\frac{a}{c}\right)^2\right]$.

Gazeta Matematică

Subiectul 4.

Fie șirul $(a_n)_{n\ge1}$ de numere reale, definit prin $a_1=\frac{1}{6}$ și

$a_{n+1}=\frac{n+1}{n+3}\left(a_n+\frac{1}{2}\right)$, $(\forall)n\ge1$. Determinați a_{2000}.

Gazeta Matematică

Notă:
Timp de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu