

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

Clasa a V-a

Barem de corectare și notare

Subiectul 1

- a) Al 20 – lea termen este 771p
 $S = 1 + 5 + 9 + \dots + 77 = 780$ 2p
 b) Al n – lea termen al șirului este $t_n = 4(n - 1) + 1 = 4n - 3$, $n \in \mathbf{N}^*$ 1p
 $t_{2013} = 8049$ 1p
 c) Verificăm dacă ecuația $4n - 3 = 2013$ are soluții în \mathbf{N} 1p
 $n = 504$, deci 2013 este termen al șirului1p

Subiectul 2

Aplicăm teorema împărțirii cu rest :

- $a = 11n + r$, $r < n$; $b = 19n + r$, $r < n$; $c = 27n + r$, $r < n$2p
 $r \in M_2 \cap M_3 \Rightarrow r = 6, 12, 18, \dots$ sau $r = 6k$, $k \in \mathbf{N}^*$ 1p
 $a + b + c = 2013$ rezulta $11n + 6k + 19n + 6k + 27n + 6k = 2013$1p
 $57n + 18k = 2013 \Rightarrow 19n + 6k = 671$ și $r = 6k < n \Rightarrow 20n < 671 \Rightarrow n \leq 35 \Rightarrow$
 $k \leq 5$ 1p
 Analizăm cazurile $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $k = 1 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow n = 35$, $a = 391$, $b = 671$, $c = 951$1p
 Pentru $k \in \{2, 3, 4, 5\}$ problema nu are soluție.....1p

Subiectul 3

- a) $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 6) = \overline{1a091}$ 1p
 $7x + 21 = \overline{1a091}$ 1p
 $7x = \overline{1a070} \Rightarrow x : 10$1p
 $\overline{1a070} : 7 \Rightarrow a = 4$, $x = 2010$; ... ; $x + 6 = 2016$ 1p
 b) $n = 2^{2014} - 1$1p
 $u(2^{2014}) = 4$ 1p
 $u(n) = 4 - 1 = 3$ 1p

Subiectul 4

- $100a + 10b + c = 300c + 30b + 3a + a + b + c$ 1p
 $96a = 300c + 21b$,
 $32a = 100c + 7b$ 1p
 $b \in \{0, 4, 8\}$ 1p
 $a = 4$, $b = 4$, $c = 1$ 2p
 $a = 8$, $b = 8$, $c = 2$ 2p