

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

Subiectul 1

a) Arătați că :
$$\frac{5}{\sqrt{a(a+5)}(\sqrt{a}+\sqrt{a+5})} = \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a+5}} \quad \forall a \in \mathbb{N}^*$$

b) Fie
$$x = \frac{1}{\sqrt{6}(\sqrt{1}+\sqrt{6})} + \frac{1}{\sqrt{66}(\sqrt{6}+\sqrt{11})} + \frac{1}{\sqrt{176}(\sqrt{11}+\sqrt{16})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{251 \cdot 256}(\sqrt{251}+\sqrt{256})}.$$

Demonstrați că $144 \cdot x$ este cub perfect.

Prof. Dan Toropu

Subiectul 2

Fie mulțimea

$$M = \left\{ x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{a-b\sqrt{2013}}{b-c\sqrt{2013}}, a, b, c \text{ numere naturale prime} \right\}$$

a) Determinați card M

b) Dacă $y \in M$, $z \in \mathbb{Q}$ și $z + \frac{y}{z} = 5$ calculați $z + z^2 + \frac{y}{z} + \frac{y^2}{z^2}$

Prof. Doina Stanca

Subiectul 3

În cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 5\sqrt{2}$, notăm $A'C' \cap B'D' = \{O\}$. Punctul M este simetricul punctului B față de dreapta AD .

a) Demonstrați că dreapta MD este perpendiculară pe planul $(D'DB)$.

b) Calculați distanța de la punctul M la dreapta $D'B$.

c) Demonstrați că dreptele $D'B$ și DO' sunt perpendiculare.

Prof. Emilia Anghel

Subiectul 4

Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = a\sqrt{3}$, $BC = CC' = a$, iar M și N centrele fețelor $A'B'C'D'$ respectiv $BB'C'C$.

a) Calculați aria triunghiului MBN .

b) Calculați sinusul unghiului determinat de planele (MBN) și (ADD') .

Prof. Ion Gogoasă

Notă:

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu