

Concursul Interjudețean de Matematică “Cristian S. Calude”
Proba pe echipe, clasele IX-XII
25 noiembrie 2012

RUNDA a III-a

Problema 1. Pe laturile $[AB], [BC], [AC]$ ale triunghiului $\triangle ABC$, se consideră punctele M, N , respectiv P , astfel încât $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{5}; \frac{NC}{NB} = \frac{1}{4}$ și $\frac{PC}{PA} = \frac{1}{6}$. Să se afle rapoartele $\frac{GA}{GN}$ și $\frac{GM}{GP}$, unde $G \in AN \cap MP$.

Problema 2. Să se determine numărul submulțimilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, \dots, 2 \cdot n\}$ în care ecuația $x + y = 2 \cdot n + 1$ nu are soluție.

Problema 3. Fie funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2 \cdot x + 1}{x + 2}$.

Să se calculeze $f_n = \underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}}, n \in \mathbb{N}^*$.

Problema 4. Să se calculeze limita șirului $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin

$$x_n = \frac{1}{n \cdot \sqrt[p]{n}} \cdot (1 + \sqrt[p]{2} + \sqrt[p]{3} + \dots + \sqrt[p]{n}), p \in \mathbb{N}^*, p \geq 2.$$