

**Concursul Interjudețean de Matematică “Cristian S. Calude”**  
**Proba pe echipe, clasele IX-XII**  
**25 noiembrie 2012**

**RUNDA a IV-a**

**Problema 1.** Dacă  $x, y, z, t \in [0;1]$ , să se găsească maximul expresiei

$E(x, y, z, t) = x \cdot (1-t) + y \cdot (1-x) + z \cdot (1-y) + t \cdot (1-z)$  și să se precizeze o posibilitate când maximul este atins.

**Problema 2.** Numerele  $x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$  verifică următoarele relații:

i)  $x^2 + x \cdot y + y^2 = 9$

ii)  $y^2 + z \cdot y + z^2 = 16$

iii)  $z^2 + x \cdot z + x^2 = 25$

Să se calculeze valoarea expresiei  $x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ .

**Problema 3.** Se consideră pătratele  $ABCD$  și  $ABC'D'$ . Într-un sistem de coordonate avem  $A(2,0), B(-1,4)$ . Să se scrie ecuațiile dreptelor  $CD$  și  $C'D'$ .

**Problema 4.** Să se determine numărul matricelor inversabile în  $M_n(\mathbb{Z}), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  care au exact  $n$  minori nenuli de ordinul  $n-1$ .