



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "X – OL"
ediția a XIII – a, BĂILE OLĂNEȘTI, 11 mai 2013

CLASA a VII-a

Partea I

Fie numărul natural $n \in \mathbb{N}$ și $a = \sqrt{\frac{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2013} + \frac{1}{2013 \cdot 2014}}{n}}$.

- Aflați cea mai mare valoare a numărului $n \in \mathbb{N}$.
- Aflați valoarea numărului n pentru $a = 1$.

Partea a II-a

Să se arate că oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$:

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

Partea a III-a

Un trapez $ABCD$, $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AB \parallel CD$ și $CD < AD < BC < AB$ are perimetrul de 18 cm, iar lungimile laturilor sale sunt exprimate prin patru numere naturale consecutive.

- Să se afle aria trapezului $ABCD$.
- Să se calculeze distanța de la punctul A la latura BC .

Partea a IV-a

Fie triunghiul isoscel ABC , cu $AB = AC = 2BC$ și B', C' simetricile lui B și C față de AC , respectiv AB , iar H ortocentrul triunghiului ABC .

- Arătați că $\triangle BHC \sim \triangle B'HC'$.
- Dacă D e mijlocul lui (BC) , arătați că segmentele $[AD]$, $[BB']$ și $[CC']$ pot fi laturile unui triunghi și determinați măsurile unghiurilor acestui triunghi.
- Calculați $\cos(BHC)$.