



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "X – OL"
ediția a XIII – a, BĂILE OLĂNEȘTI, 11 mai 2013

CLASA a VIII-a

Partea I

Se consideră ecuația $px^2 - 2px + 1 = 0$, cu necunoscuta x . Determinați parametrul rațional p , știind că p este soluție a ecuației date, apoi rezolvați ecuația.

Partea a II-a

Fie fracția:

$$\frac{a^5 + b^5 - a - b}{a^3 + b^3 - a - b}, \quad a, b \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}.$$

- Dovediți că fracția se simplifică prin 6.
- Arătați că fracția este număr natural dacă și numai dacă $a = b$.

Partea a III-a

Pe planul triunghiului isoscel $\triangle ABC$, cu $AB = AC = 13$ cm și $BC = 10$ cm, se ridică perpendiculara $AM = 12\sqrt{3}$. Aflați :

- Distanța de la punctul M la latura BC a triunghiului.
- Distanța de la punctul A la planul triunghiului $\triangle MBC$.
- Măsura unghiului diedru format de planele (MBC) și (ABC) .

Partea a IV-a

Pe muchiile LS și AT ale cubului $OLANESTI$, considerăm punctele P , respectiv Q , astfel încât

$$\frac{LP}{PS} = \frac{AQ}{QT} = \frac{1}{3}.$$

- Calculați măsura unghiului dintre dreptele NQ și ST .
- Dacă $S_{OPQN} = 16\sqrt{17}$, calculați aria totală și volumul cubului.
- Determinați perpendiculara comună a dreptelor TI și QP .
- Calculați $d(EI, OP)$.
- Calculați $d(EB, OP)$, unde B e mijlocul lui (IT) .
- Calculați valoarea raportului $\frac{V_{EOPC}}{V_{cub}}$, unde C este mijlocul lui (AN) .