**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
**JUDEȚUL IALOMIȚA**
**FAZA LOCALĂ**
**09.02.2010**

**CLASA a VIII a**

**Subiectul I.**

**1**. Să se arate că $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$, oricare ar fi $a,b,x,y\in(0,\infty)$.

**2**. Dacă $a,b\in(0,\infty)$ şi $a+b=2$, să se arate că $\frac{a^4}{2a+b}+\frac{b^4}{2b+a}\geq\frac{2}{3}$.

**3**. Dacă $a,b,c\in(0,\infty)$ şi $a+b+c=3$, să se arate că $\frac{a^4}{2a+b+c}+\frac{b^4}{2b+c+a}+\frac{c^4}{2c+a+b}\geq\frac{3}{4}$.

*Nicolae Papacu*, Slobozia

**Subiectul II.**

Fie $x,y,z$ numere reale astfel încât $\frac{xyz}{x+y}=-1$, $\frac{xyz}{y+z}=1$ şi $\frac{xyz}{z+x}=a$, unde $a>\frac{1}{2}$ este un număr real. Determinați produsul $xyz$.

*Marin Chirciu*, G.M. nr. 11/2012

**Subiectul III.**

Pentru $n$ un număr natural se consideră numerele naturale $a=4n+5$ şi $b=5n+11$.

**1.** Să se arate că $a^2+b^2\neq 2013$, oricare ar fi $n$ număr natural.

**2**.Să se determine numerele naturale $n$ pentru care $a$ şi $b$ sunt pătrate perfecte consecutive.

*Nicolae Papacu*, Slobozia

**Subiectul IV.**

Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ şi $H$ ortocentrul triunghiului $ACD'$.

**1.** Dacă $ABCD$ este pătrat, să se arate că dreptele $DB'$ şi $AC$ sunt perpendiculare

**2.** Să se demonstreze că dreapta $DH$ este perpendiculară pe planul $(ACD')$.

**3.** Să se arate că centrul de greutate al triunghiului $ACD'$ se găseşte pe dreapta $DB'$.

**NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul pentru fiecare problemă este de la 0 la 7 puncte.**