



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
16.02.2013  
CLASA a VII-a

**SUBIECTUL al II-lea**

a) Determinați numărul real  $a$ , știind că  $\sqrt{5(a-6)^2} = 20$ .

b) Calculați  $\sqrt{8-2\sqrt{15}} + \sqrt{8+2\sqrt{15}}$ .

c) Determinați numerele raționale  $x$  și  $y$ , astfel încât

$$\frac{\sqrt{25(x-6)^2 - 10\sqrt{1006009}}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{9(y+2)^2 - 30\sqrt{40401}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{8-2\sqrt{15}}.$$

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

a)  $\sqrt{5(a-6)^2} = 20 \Leftrightarrow |a-6|\sqrt{5} = 20 \Leftrightarrow \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$

$|a-6| = 4\sqrt{5} \Rightarrow a-6 = 4\sqrt{5} \text{ sau } a-6 = -4\sqrt{5} \Rightarrow a \in \{6-4\sqrt{5}; 6+4\sqrt{5}\} \subset \mathbb{R}.$  .....1 punct

b)  $\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  .....1 punct

$\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ . Suma este egală cu  $2\sqrt{5}$ . .....1 punct

c)  $\frac{5|x-6|-10 \cdot 1003}{\sqrt{5}} - \frac{3|y+2|-30 \cdot 201}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} - \sqrt{3} \Leftrightarrow$

$$|x-6|\sqrt{5} - 2007\sqrt{5} = |y+2|\sqrt{3} - 2011\sqrt{3}$$

$$|x-6|\sqrt{15} - 2007\sqrt{15} = 3|y+2| - 2011 \cdot 3;$$

$$\left. \begin{aligned} (|x-6|-2007)\sqrt{15} &= 3(|y+2|-2011) \\ \forall y \in \mathbb{Q} \Rightarrow 3(|y+2|-2011) &\in \mathbb{Q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (|x-6|-2007)\sqrt{15} \in \mathbb{Q} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

$$\left. \begin{aligned} (|x-6|-2007)\sqrt{15} &\in \mathbb{Q} \\ \forall x \in \mathbb{Q} \Rightarrow (|x-6|-2007) &\in \mathbb{Q} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |x-6|-2007 = 0 \Rightarrow x \in \{-2001; 2013\} \subset \mathbb{Q} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

$$\left. \begin{aligned} (|x-6|-2007)\sqrt{15} &= 3(|y+2|-2011) \\ (|x-6|-2007) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |y+2|-2011 = 0 \Rightarrow y \in \{-2013; 2009\} \subset \mathbb{Q}$$

Problema admite 4 soluții:  $(x; y) \in \{(-2001; -2013), (-2001; 2009), (2013; -2013), (2013; 2009)\} \dots 1 \text{ punct}$

**Notă: Orice altă soluție se punctează corespunzător.**