



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2013
CLASA a VI-a

SUBIECTUL al IV-lea

Spunem că o mulțime X de numere naturale are proprietatea (P) , dacă suma oricăror trei elemente din X este un număr prim.

- Arătați că mulțimea $\{11; 29; 49; 59\}$ nu are proprietatea (P) .
- Dați un exemplu de mulțime cu proprietatea (P) , de forma $A = \{5; 7; a; b\}$.
- Arătați că nu există mulțimi X cu proprietatea (P) , astfel încât $\text{card } X \geq 5$.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

- De exemplu: $11 + 29 + 59$ 1 punct
 $11 + 29 + 59 = 99; 3 \Rightarrow 99$ nu este prim \Rightarrow mulțimea $\{11; 29; 49; 59\}$ nu are proprietatea (P)1 punct
Observație: Nu este singurul exemplu!
- Un exemplu de mulțime cu proprietatea (P) , de forma $A = \{5; 7; a; b\}$ este $\{5; 7; 11; 25\}$1 punct
 $5 + 7 + 11 = 23$, este prim;
 $5 + 7 + 25 = 37$, este prim;
 $5 + 11 + 25 = 41$, este prim;
 $11 + 7 + 25 = 43$, este prim;
Deci $\{5; 7; 11; 25\}$ are proprietatea (P) 1 punct
- Fie A o mulțime cu cel puțin 5 elemente. Împărțind elementele din A la 3, obținem un rest, r , cu $r \in \{0; 1; 2\}$. Aplicând principiul cutiei, există cel puțin 3 elemente care dau același rest la împărțirea cu 3 sau există 3 elemente care dau resturi diferite două câte două la împărțirea cu 3.1 punct
Dacă există 3 elemente care dau același rest la împărțirea cu 3, atunci suma lor este mai mare ca 3, este divizibilă cu 3, deci nu este număr prim.1 punct
Dacă există 3 elemente care dau resturi diferite două câte două la împărțirea cu 3, atunci suma lor este mai mare ca 3, este divizibilă cu 3, deci nu este număr prim.
În concluzie, nu există o mulțime X cu proprietatea (P) , astfel încât $\text{card } X \geq 5$1 punct

Notă: Orice altă soluție se punctează corespunzător.