

## Concurs de matematică – proba individuală

### SUBIECTE clasa a X-a

1.

a) Rezolvați în  $R$  ecuația  $2^{\sqrt{x+4}\sqrt{x-4}} = -x^2 + 8x - 12$ .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale nenule ecuația  $x^{\cos \frac{\pi}{x}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}$ .

2. Fie  $z_1, z_2 \in C^*$  de modul  $r$ . Să se arate că numărul  $Z = r^2 + \frac{(r+z_1)(r+z_2)(r^2+z_1z_2)}{z_1z_2}$  este real pozitiv.

3. Fie  $f: R \rightarrow R$  o funcție cu proprietatea

$$(*) \quad f\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}, \quad \forall x, y \in R.$$

- a) Demonstrați că funcția  $g: R \rightarrow R, g(x) = f(x) - f(0)$  verifică relația  
 $g(x+y) = g(x) + g(y), \quad \forall x, y \in R$ .
- b) Arătați că funcția  $f$  este constantă.

4. Să se demonstreze că printre termenii șirului definit prin  $a_n = [n\sqrt{2}] + [n\sqrt{3}], n \in N$ , există o infinitate de numere pare și o infinitate de numere impare.

- Notă:**
1. Toate subiectele sunt obligatorii
  2. Timp de lucru 3 ore.