COLEGIUL NAȚIONAL DE INFORMATICĂ
Piatra Neamț, Neamț, România, Str. Mihai Viteazu, nr. 12; 610226
Tel/Fax: 00 40 233 227 510; 227 529; 223 252.
http://cni.nt.edu.ro e-mail: cni_pn@yahoo.com

Concursul „PROSOFT@NT”
concurs înscris în calendarul M.E.N.
al concursurilor regionale şcolare
organizate în anul şcolar 2012-2013,
fără finanţare M.E.N., concurs
cu participare internaţională
21 februarie 2013

Concurs de matematică – proba individuală

SUBIECTE
clasa a XI-a

1. Se dau matricile A,B∈ $\mathcal{M}_3\,(\mathbb{R}), A=\begin{pmatrix} a & c & b \\ c & b & a \\ b & a & c \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} b & a & c \\ a & c & b \\ c & b & a \end{pmatrix}$. Să se calculeze $(A-B)^n$.

2. Se consideră matricea A,B∈ $\mathcal{M}_3\,(\mathbb{R})$ cu A=- ${}^tA$, B= ${}^tB$. Fie funcţia definită prin f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x)=det(A+xB). Arătaţi că, dacă ecuaţia f(x)=0 are cel puţin două soluţii reale egale atunci det(A+B)=detB.

3. Fie $(a_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ un şir de numere reale astfel încât a_1=a > 1 şi $a_{n+1}=a_n+\sqrt{a_n}-1, \forall n\epsilon\mathbb{N}^*$.

a) Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}$.

b) Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{4a_n-n^2}{nln}$.

4. Fie f, g : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, funcţii periodice astfel încât $\lim_{n\to\infty}\big(f(x)-g(x)\big)=0$.
Să se arate căf şi g au perioadele egale şi f=g.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timp de lucru 3 ore.