CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ „VIITORII MATEMATICIENI”

02.02.2013

Subiecte clasa a VII-a

1. Fie a = $(\sqrt{1}-2\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{4})+\cdots+(\sqrt{8}-2\sqrt{9}+\sqrt{10})$ și
b = a + $(\sqrt{9}-2\sqrt{10}+\sqrt{11})+(\sqrt{10}-2\sqrt{11}+\sqrt{12})+\cdots+(\sqrt{99}-2\sqrt{100}+\sqrt{101})$.

a) Aflați numerele a și b.

b) Aflați numerele reale x și y pentru care:

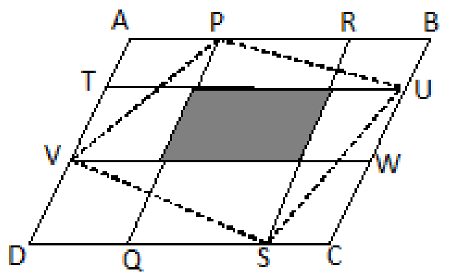
$$\sqrt{(2x-3y)^2}+\sqrt{(3-x)^2}=b+9-\sqrt{101}+\sqrt{2}.$$

2. Fie M mijlocul laturii BC a triunghiului ascuțitunghic ABC. Pe laturile AB și AC se construiesc în exterior triunghiurile isoscele ABD și ACE astfel încât $[AB]\equiv[AD]$, $[AC]\equiv[AE]$ iar unghiurile DAB și CAE să fie suplementare.
Demonstrați că $AM=\frac{1}{2}DE$.

3. Fie ABCD un paralelogram (vezi figura) în care AD ∥ PQ ∥ RS ∥ BC și AB ∥ TU ∥ VW ∥ DC (P, R ∈(AB), U, W∈ (BC), Q, S ∈ (DC) și T, V ∈ (AD)).

a) Dacă aria lui ABCD este 10 cm^2 și aria zonei hașurate este 2 cm^2 aflați aria patrulaterului PUSV;

b) Demonstrați că PUSV este paralelogram dacă și numai dacă AP=RB și AT=VD.



4. Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,\ldots,192\}$ şi trei pătrate congruente, fiecare împărţit în alte 64 de pătrate congruente, prin paralele la laturi. În fiecare pătrat mic obţinut se scrie un număr din mulţimea A astfel încât să nu existe două pătrate mici cu acelaşi număr.

a) Să se calculeze suma elementelor mulţimii A;

b) Să se demonstreze că oricum am scrie numerele în pătrate nu există nici o suprapunere completă a celor trei pătrate mari astfel încât suma numerelor aflate în orice trei pătrate mici suprapuse să fie aceeaşi.

Notă: TIMP DE LUCRU: 2 ore 30 min.
Fiecare subiect este punctat cu maxim 7 puncte.

SUCCES!