MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 9 februarie 2013
CLASA a VII– a

1. a) Arătaţi că:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k\cdot(k+1)}-\frac{1}{(k+1)\cdot(k+2)}\right)=\frac{1}{k\cdot(k+1)\cdot(k+2)},\ \forall k\in\mathbb{N}^*.$$

b) Aflaţi numărul natural nenul n astfel încât:

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{101\cdot102}\right).$$

2. Fie $m,n\in\mathbb{N}^*$ și definim numerele $a=8^n+7^m$ și $b=8^m+7^n$.

a) Aflaţi ultima cifră a numerelor 8^n şi 7^m, $m,n\in\mathbb{N}^*$.

b) Să se arate că numărul a se divide cu 5 dacă şi numai dacă numărul b se divide cu 5.

3. Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Pe dreapta AB se consideră un punct E astfel încât $B\in(AE)$ și $m(\sphericalangle OEB)=30^\circ$. Perpendiculara în O pe OE intersectează dreapta BC în F. Arătaţi că:

a) Triunghiul EOF este isoscel.

b) $(OE)\equiv(AB)$.

S.G.M. 9/2012

4. În paralelogramul $ABCD$, M este mijlocul laturii DC, $BM\cap AD=\{N\}$, $CN\cap AB=\{P\}$ iar $BM\cap AC=\{T\}$. Arătaţi că:

a) Segmentul $[DM]$ este linie mijlocie în ΔNAB.

b) patrulaterele $BDNC$ şi $BDCP$ sunt paralelograme.

c) punctele D,T,P sunt coliniare.

Prelucrare, S.G.M. 11/2012

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.
Subiectele au fost propuse şi selectate de către:

prof. Gheorghe Sfara, Colegiul Naţional „Vasile Lucaciu”, Baia Mare.
prof. Nadina Neaga, Şcoala Gimnazială „Dr. Victor Babeş”, Baia Mare.

SUCCES!