Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Galaţi

Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XIII-a
Galaţi, 24 noiembrie 2012

Clasa a X-a

Problema 1.

Fie **n**$\in \mathbb{N}$, **n**$\geq$**2** şi numerele $\mathbf{a_1, a_2, ..., a_n} \in \mathbf{(0, n)}$. Să se demonstreze că

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i^{n-1}}{(n-1)\cdot a_i^n + n^n \cdot (n-1)^2 + n} < \frac{1}{n}$$

Mihai Totolici, profesor Galaţi

Problema 2..

Fie $a_0=0$ şi $(a_n)_{n\geq 0}$ un şir monoton crescător de numere naturale. Definim şirurile :

$(b_m)_{m\geq 0}$, $b_m=\min \{ n \mid a_n \geq m \}$ şi

$(c_m)_{n\geq 0}$, $c_m=\max \{ n \mid a_n \leq m \}$.

$$Notăm\ cu\ A = \sum_{i=1}^{2012} a_i \ , B = \sum_{i=1}^{2012} b_i \ , C = \sum_{i=1}^{2012} c_i$$

a) Dacă $a_{2012}=2013$, calculaţi A+B.

b) Dacă B=C, calculaţi a_{2012} .

Paul Cosma, student la Imperial College, Londra şi Constantin Ursu, profesor, Galaţi

Problema 3

Fie unghiul $\measuredangle XOY$ şi punctele $A \in (OX$ şi $A_1 \in (OY$.

Se construiesc punctele B, C, B_1, C_1 astfel încât:

$3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC} = 6\overrightarrow{OA}$

$2\overrightarrow{A_1B_1} = 3\overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{OA_1}$.

Demonstraţi că dreptele AA_1 , BB_1 şi CC_1 au un punct comun.

Constantin Ursu şi Georgeta Balacea, profesori, Galaţi