Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XIII-a
Galaţi, 24 noiembrie 2012

Clasa a VIII-a

Problema 1.

Andrei are pe computer un program care generează perechi ordonate astfel: dacă se introduce perechea $(a;b)$, programul generează perechea $(2\cdot a-1;2\cdot b+1)$ sau perechea $(3\cdot a-1;3\cdot b+1)$, dar pe display afişează doar una din cele două variante (alegerea perechii afişate este efectuată aleatoriu de programul de pe computer). De exemplu, dacă se introduce perechea $(2;5)$, atunci pe display va apărea ori perechea $(3;11)$, ori perechea $(5;16)$.

Andrei se joacă pe computer astfel: alege arbitrar o pereche $(a;b)$, o introduce în computer şi la primul pas acesta generează perechea $(m;n)$, apoi la al doilea pas introduce în computer rezultatul obţinut, adică perechea $(m;n)$ şi acesta generează perechea $(x;y)$, la al treilea pas introduce în computer ultima pereche obţinută şi aceasta generează perechea $(u;v)$ şi aşa mai departe.

Se cere:

a) Dacă Andrei introduce în computer perechea $(2;5)$, atunci să se determine mulţimea M a perechilor ordonate care pot fi generate de computer după trei paşi.

b) Dacă Andrei introduce în computer perechea $(2;5)$, atunci după un număr finit de paşi este posibil să obţină perechea $(2011;5671)$? Dar perechea $(2011;3029)$?

c) Andrei introduce în computer perechea $(2;5)$ şi după n paşi obţine perechea $(1665;6399)$. Să se determine n.

Mariana Coadă, profesor, Galaţi

Problema 2.

Se consideră tetraedrul $ABCD$ şi punctele $M\in(BC)$, $N\in(DC)$, $P\in(BD)$, $R\in(AM)$, $S\in(AN)$, $T\in(AP)$ astfel încât $\frac{MB}{MC}=\frac{1}{3}$, $\frac{ND}{NC}=\frac{1}{2}$, $\frac{PD}{PB}=\frac{3}{2}$, $\frac{RA}{RM}=2$, $\frac{SA}{SN}=\frac{3}{2}$ şi $\frac{PT}{AT}=\frac{2}{5}$.

a) Să se demonstreze că dreptele BN, CP şi DM sunt concurente.

b) Dacă $BN\cap CP\cap DM=\{O\}$, atunci să se demonstreze că dreptele AO, BS, CT şi DR sunt concurente.

Romeo Zamfir, profesor, Galaţi

Problema 3.

a) Să se determine numărul natural x astfel încât $\frac{3\cdot\sqrt{3}-\sqrt{x}}{\sqrt{3}+\sqrt{x}}\in\mathbb{Z}$.

Mihai Dragoş Totolici, profesor, Galaţi

b) Determinaţi tripletele de numere naturale nenule $(x;y;n)$ astfel încât $x^n+1=y^{n+1}$ şi $(x,n+1)=1$.

Cristian Chirac, elev, Galaţi