OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a IX-a
16.02.2013

Subiectul I.(30 puncte)

Fie ABC un triunghi oarecare. Dacă A', B', C' sunt punctele de tangenţă ale cercului înscris în triunghiul ABC cu laturile, să se arate că are loc relaţia : $a \cdot \overrightarrow{AA'} + b \cdot \overrightarrow{BB'} + c \cdot \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

prof.Camelia Magdaş, Colegiul Naţional "Andrei Mureşanu" Dej

Subiectul II.(20 puncte)

Fie $a_k = \sqrt{4n^4 + k}, n \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{N}^*$ si $a = \sum_{k=1}^{8n^2} [a_k]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.

a) Să se arate că a nu poate fi pătrat perfect $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$;

b) Dacă $4n^2 + 1 < 2013 < 8n^2$ şi $a = \sum_{k=1}^{2013} [a_k]$, să se afle n astfel încât

$a - 2013 = 2011 \cdot 800$.

prof.Gorcea Violin, Liceul Teoretic "Avram Iancu",Cluj-Napoca

Subiectul III.(20 puncte)

Fie $x, y, z > 0$. Să se arate că : $\frac{x + 335 \cdot y + 335 \cdot z}{x} + \frac{y + 335 \cdot x + 335 \cdot z}{y} + \frac{z + 335 \cdot x + 335 \cdot y}{z} \geq 2013$

prof. Gheorghe Lobonţ, Colegiul Naţional „Mihai Viteazul" Turda

Subiectul IV.(20 puncte)

a) Arătaţi că $\{t\} + \{-t\} = 0 \Leftrightarrow t \in Z$;

b) Rezolvaţi în R ecuaţia: $\left\{\frac{1-3x}{x+2}\right\} + \left\{\frac{2x-3}{x+2}\right\} = 0$. Câte rădăcini întregi are ecuaţia?

prof. Ilie Diaconu, Liceul Teoretic "Avram Iancu" Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.