SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a IV-a

Problema 1

Suma dintre sfertul unui număr şi dublul altuia este 625. Să se afle numerele ştiind că primul este de două ori mai mare decât al doilea.

Marcela Marin, învăţător, Rm.Sărat

Problema 2

Află valoarea necunoscutei a din egalitatea:

$$2013 - \{ 2012 - [2012 – 2x(2011+2012:a)+2012] \} = 1$$

P 565 / G.M. Nicolae Ivăşchescu, Craiova

Problema 3

Patru fete: Camelia, Carmen, Smaranda şi Ruxandra au participat la un festival de interpretare de cântece.Fiecare cântec a fost interpretat de exct trei fete. Camelia este singura care a cântat cel mai mult: 8 cântece, iar Carmen este singura care a cântat cel mai puţin : 5 cântece. Câte cântece diferite s-au interpretat? Justificaţi răspunsul.

Concurs, Iaşi

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a V-a

Problema 1

Se ştie că 15 kg de mere şi 17 kg de portocale costă 90,50 lei, iar 45 kg de mere şi 21 kg de portocale costă 151,50 lei**.**

Cât costă 1 kg de mere şi cât costă 1 kg de portocale ?

Constantin Apostol, Rm. Sărat

Problema 2

Determinaţi numerele naturale $\overline{ab}$ cu proprietatea că: $\overline{aa} \cdot (b^2 - a) = 2013$

G.M. nr 3/2013

Problema 3

Demonstraţi că numărul $n = 13^1 + 13^2 + 13^3 + ... + 13^{2012}$
este divizibil cu produsul a două numere naturale consecutive diferite de 1.

Simion Marin, profesor , Rm. Sărat

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a VI-a

Problema 1

Fie triunghiul ABC cu $m(\hat{A}) = 50^0$ şi $m(\hat{B}) = 70^0$. Mediatoarea laturii [AC] intersectează laturile [AB], [BC] şi bisectoarea exterioară unghiului C în punctele S, R, respectiv P.

a) Arătaţi că triunghiul RCP este isoscel,
b) Aflaţi masurile unghiurilor triunghiului SCP.

Cristina Ghiuru, profesor, Rm. Sărat

Problema 2

Trei fraţi au vârstele de 21 ani, 16 ani şi 11 ani. Peste câţi ani vârstele fraţilor vor fi direct proporţionale cu numerele 5, 4 şi 3.

Gazeta Matematică nr. 2/ 2012

Problema 3

a) Determinaţi numărul $\overline{abc}$, ştiind că $\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{xxxx}$
b) Arătaţi că numărul $\overline{abc}$, determinat la a) este divizibil cu 11.

Constantin Apostol, Rm. Sărat

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a VII-a

Problema 1

Se consideră un triunghi ABC şi punctul I centrul cercului înscris. Dacă $A_{\Delta AIB} = A_{\Delta BIC} = A_{\Delta CIA}$ şi raza cercului circumscris triunghiului ABC este de 4 cm, să se afle raza cercului înscris.

Constantin Rusu, Rm. Sărat

Problema 2

Aflaţi numerele reale x şi y care satisfac relaţia:

$$6\sqrt{x-9} + 2\sqrt{y-1} = x + y$$

Mirela Cristea, profesor, Rm. Sărat

Problema 3

În triunghiul ABC, $m(\angle ABC) = 2m(\angle ACB)$ şi $AD \perp BC, D \in (BC)$. Punctele E şi C sunt situate de o parte şi de alta a dreptei AB astfel încât $BE \perp AE$ şi $m(\angle EAB) = m(\angle ACB)$. Bisectoarea unghiului AED intersectează dreapta AC în M. Dacă $\{H\} = AE \cap BC$, arătaţi că:

a) Triunghiurile BHA şi AHC sunt isoscele;
b) MCDE este paralelogram,
c) Perimetrul paralelogramului MCDE este egal cu cel al triunghiului ABC.

E:14403, G.M. 10/2012

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a

20 aprilie 2013

Clasa a VIII-a

Problema 1

Ştiind că $x^2+4x+1=0$ calculaţi valoarea expresiei :

$$E(x)=\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+x+x^2+x^3+x^4$$

Constantin Apostol, Rm. Sărat

Problema 2

Calculaţi volumul şi aria totală a unui cub având diagonala cu 2 mai mare decât muchia sa.

Simion Marin, profesor,Rm.Sărat

Problema 3

a) Dacă $a+b+c=s$ şi $ab+bc+ca=t$, exprimaţi în funcţie de s şi t expresia $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$,

b) Dacă $a+b+c=ab+bc+ca=3$ calculaţi $a^{2013}+b^{2013}+c^{2013}$.

G.M. 1/2013

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a IX-a

Problema 1

Să se arate că ecuaţia

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2013$$

nu are soluţii în $Z \times Z \times Z$.

Costică Ambrinoc, profesor, Rm. Sărat

Problema 2

Pe laturile triunghiului ABC se consideră punctele $M \in (BC), N \in (AC), P \in (AB)$ astfel încât: $\frac{MB}{MC} = \frac{NC}{NA} = \frac{PA}{PB}$. Să se arate că:

$BC \cdot \overrightarrow{AM} + AC \cdot \overrightarrow{BN} + AB \cdot \overrightarrow{CP} = \vec{0} \Leftrightarrow \Delta ABC$ este echilateral.

Ovidiu Tâţan, profesor, Rm. Sărat

Problema 3

Să se determine termenul general al şirului $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin $x_1 = 1$ şi

$$x_{n+1} = \frac{x_n\sqrt{n}}{\sqrt{n(x_n^2 + x_n + 1) + 1}}, n \geq 1.$$

G.M. 1/2013, E:26706, Florin Rotaru, Focşani

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a X-a

Problema 1

Să se determine numerele reale x şi y cu proprietatea că
$3^x + 3^y = 30$ şi $\log_3 x - \log_3 y = -1$

G.M. 3/2012, E:26583, Bogdan Chiriac, Bacău

Problema 2

Câte unghiuri drepte fac orarul şi minutarul unui ceas într-o zi(24 ore)?

Costică Ambrinoc, profesor, Rm.Sărat

Problema 3

Se consideră un triunghi ABC. Să se demonstreze că:
$\overrightarrow{OH} = \dfrac{tgA \cdot \overrightarrow{OA} + tgB \cdot \overrightarrow{OB} + tgC \cdot \overrightarrow{OC}}{tgA \cdot tgB \cdot tgC}$, unde O centrul cercului circumscris triunghiului ABC iar punctul H este ortocentrul său. Să se arate că relaţia din enunţ este echivalentă cu relaţia lui Sylvester.

Constantin Rusu, Rm.Sărat

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XI-a

20 aprilie 2013

Clasa a XI-a

Problema 1

Fie $D : M_2(R) \to R$ cu proprietatea $D(AB) = D(A)D(B), \forall A, B \in M_2(R)$ şi
$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $0_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Se ştie că $D(I) \neq D(J)$.

a) Să se arate că $D(0_3) = 0$, $D(I) = 1$, $D(J) = -1$, $D(K) = D(L) = 0$.
b) Să se dea un exemplu de asemenea funcţie diferită de funcţia determinant.

Ion Ambrinoc, student, Oxford

Problema 2

Se consideră şirurile de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}, (y_n)_{n\geq 0}$ cu $x_n \geq 1$ şi $y_n \geq 1$ $\forall n \in N$ şi $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n^2 + y_n^2) = 2$. Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ şi $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

G.M. 1/2013,E:26713, Radu Pop şi Vasile Ienuţaş, Baia Mare

Problema 3

Fie $f : R \to R$, $f(x) = x\,arctg x - \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1)$. Să se calculeze $f^{(2012)}(0)$

***

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANTE RÂMNICENE EDIȚIA a XI-a
20 aprilie 2013
Clasa a XII-a

Problema 1

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 10x^2 + 28x - 18 = 0$. Să se arate că
$\sqrt{x_1} + \sqrt[3]{x_2} + \sqrt[4]{x_3} > 3.$

Ovidiu Ţâţan, profesor,Rm.Sărat

Problema 2

Fie $a \in R_+^*$ şi funcţia continuă $f : R \to R_+^*$ astfel încât $f(x)f(-x) = 1, \forall x \in R$.
Să se calculeze: $\int_{-a}^{a} \frac{1}{(x^2 + 2013)(1 + f(x))} dx$.

D.M. Bătineţu-Giurgiu, Bucureşti şi Neculai Stanciu, Buzău

Problema 3

Fie $(G,\cdot)$ un grup şi $H \subset G, \Phi \neq H \neq G$ o submulţime cu proprietatea:
$\forall x \in H$ şi $\forall y \in G \setminus H \Rightarrow xy \in G \setminus H$. Să se arate că H este subgrup al lui G.

Marcel Ţena,Bucureşti

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se notează cu 7 puncte.