



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "NICOLAE PAUN"
EDIȚIA A XIX-A 23 MARTIE 2013

SUBIECTE CLASA A X-A

Problema 1. Fie a și b numere reale nenule. Sa se determine funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care verifica ecuația funcțională

$$f(f(x) + y) = ax + f(bx + f(y)), \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Vasile Pop, Cluj-Napoca

Problema 2. Fie n, k numere naturale astfel încât $1 \leq k \leq n$ și fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, n\}$. Sa se determine cate dintre submulțimile lui A cu k elemente conțin cel puțin doua numere consecutive.

Mircea Rus, Cluj-Napoca

Problema 3. Fie a, b numere complexe și n număr natural, $n \geq 2$. Sa se arate ca

$$|z^n + az + b| \leq 1, \forall z \in \mathbb{C} \text{ cu } |z| = 1$$

daca și numai daca $a=b=0$.

Nicolae Bourbacut, Hunedoara

Problema 4. In triunghiul ascutitunghic ABC ortocentrul H împarte înălțimea AD in raportul $\frac{AH}{HD} = 3$. Demonstrați ca BK este perpendiculara pe KC , unde K este mijlocul lui AD .

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect fiind cotate cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.