

## Concurs de matematică – proba individuală

### SUBIECTE clasa a XII-a

1. **a)** Fie legea de compoziție „o” dată de:  $x \circ y = xy + 4(x + y) + 12, x, y \in \mathbb{R}$ . Aflați ultimele două cifre ale numărului:  $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ n, n \in \mathbb{N}, n \geq 6$ .
- b)** Fie  $(G, \cdot)$  un grup și funcția injectivă  $f: G \rightarrow G$  care verifică relația  $f(xf(x^2y)) = x^2f(yx)$ , pentru orice  $x, y \in G$ . Să se arate că  $(G, \cdot)$  este grup comutativ.

*Alfred Eckstein și Viorel Tudoran, Arad*

2. Fie  $A$  un inel cu proprietatea că dacă  $x \in A$  și  $x^2 = 0$ , atunci  $x = 0$ . Fie  $a, b, c \in A$ , astfel încât  $a = ab, b = bc, c = ca$ . Să se arate că  $a = b = c$ .

*Mihai Opincariu, Brad, Hunedoara*

3. Să se calculeze  $\int \frac{\cos x \cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{e^{2x}-\cos^2 x} dx, x \in (0, \infty)$

*Traian Tămâian, Carei*

4. Fie  $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$  o funcție continuă. Demonstrați că:

$$\int_0^1 f(x) dx \cdot \int_0^1 \sqrt{1-f^2(x)} dx \leq \frac{1}{2}$$

*Dinu Teodorescu, Târgoviște*

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timp de lucru – 3 ore.