

**Concurs de matematică – proba individuală****SUBIECTE**
clasa a VII-a

1. a) Dacă $a + b = 2$ demonstrați că $ab \leq 1$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.
b) Determinați valoarea minimă a sumei:

$$S = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2} + \dots + \sqrt{(x-2014)^2}$$

2. Câte soluții în \mathbb{N}^* are ecuația:

a. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$

- b. Să se dea un mod de rezolvare.

Pentru $x \neq y$ soluțiile (x, y) și (y, x) sunt considerate distincte.

3. Se dă un triunghi ABC și un punct M în interiorul lui. Dreptele AM, BM, CM taie laturile opuse în punctele D, E, F . Să se demonstreze că: $\frac{MD}{AD} + \frac{ME}{BE} + \frac{MF}{CF} = 1$.

4. Fie triunghiul ABC cu $AB < BC$ și $E \in (AC)$ astfel încât $\frac{1}{AE} - \frac{1}{AC} = \frac{BC}{AB \cdot AC}$. Dreapta ce conține bisectoarele unghiurilor exterioare din B intersectează pe AC în S și mediatoarea laturii $[AC]$ în P .

- a) Dacă M este mijlocul lui $[AC]$ și $PM \cap BE = \{G\}$, arătați că EP și SG sunt perpendiculare.

- b) Dacă $CP \cap AB = \{L\}$ și $AP \cap CB = \{T\}$, demonstrați că punctele L, T și M sunt necoliniare.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru – 3 ore.