MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
COLEGIUL NAŢIONAL „CORIOLAN BREDICEANU” LUGOJ

# CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”

EDIŢIA A VII-A, 27.10.2012

## SUBIECT CLASA a X - a M1

| Nr. item | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **SUBIECTELE 1-9** Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pe grila de concurs marcaţi cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.*** | | | |
| 1. | Numărul soluţiilor ecuaţiei $\left[\frac{x+3}{4}\right]=\frac{x-2}{3}$ este: | | | |
| | A 3 | B 4 | C 2 | D 5 |
| 2. | Valoarea sumei 3 + 33 + 333 + … + $\underbrace{333...33}_{n}$ este: | | | |
| | A $\frac{10^n-9n-10}{27}$ | B $\frac{10^n-9n+10}{3}$ | C $\frac{10^{n+1}-9n-10}{27}$ | D $\frac{10^{n+1}-9n+10}{3}$ |
| 3. | Fie ABC un triunghi, iar $M\in[AB]$, $N\in[AC]$, $P\in BC$, $C\in[BP]$, astfel încât $\frac{MA}{MB}=\frac{1}{3}$, $\frac{NC}{NA}=\frac{2}{3}$, $\frac{PC}{PB}=\frac{2}{9}$. Exprimarea vectorului $\overrightarrow{BN}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{BM}$ şi $\overrightarrow{BP}$ este | | | |
| | A $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BM}+\frac{2}{5}\overrightarrow{BP}$ | B $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BM}-\frac{2}{5}\overrightarrow{BP}$ | C $\overrightarrow{BN}=\frac{8}{15}\overrightarrow{BM}+\frac{7}{15}\overrightarrow{BP}$ | D $\overrightarrow{BN}=-\frac{8}{15}\overrightarrow{BM}+\frac{7}{15}\overrightarrow{BP}$ |
| 4. | Măsurile unghiurilor interioare succesive ale unui poligon formează o progresie aritmetică cu primul termen 120° şi raţia 5°. Câte laturi are poligonul? | | | |
| | A 6 | B 7 | C 8 | D 9 |
| 5. | Valorile parametrului real m pentru care $(m-1)x^2-x+m-1\geq 0$, $\forall x\in R$ aparţin mulţimii: | | | |
| | A $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2},\infty\right)$ | B $(1,\infty)$ | C $\left[\frac{3}{2},\infty\right)$ | D $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$ |
| 6. | Valoarea expresiei E = sin 10° sin 30° sin 50° sin 70° este | | | |
| | A $\frac{1}{16}$ | B $\frac{1}{4}$ | C $\frac{1}{6}$ | D $\frac{1}{8}$ |
| 7. | Dacă $f:R\to R$, este o funcţie cu proprietatea $2f(x)+3f(1-x)=2x-1$, $\forall x\in R$, atunci f(2012) are valoarea: | | | |
| | A 2012 | B -4023 | C -2013 | D 4024 |
| 8. | Valoarea parametrului real m pentru care ecuaţiile $x^2+mx+1=0$ şi $x^2+x+m=0$ au o soluţie comună este : | | | |
| | A $-2$ | B 2 | C 1 | D $-1$ |
| 9 | Calculând $\frac{\cos 15^\circ-\sin 15^\circ}{tg15^\circ+ctg15^\circ}$ se obţine: | | | |
| | A $\frac{\sqrt{3}}{8}$ | B $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ | C $-\frac{\sqrt{2}}{8}$ | D $\frac{\sqrt{2}}{8}$ |
| | **SUBIECTELE 10 – 12** Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. | | | |

| | |
|---|---|
| | ***Pentru subiectele* 10-12*, pe grila de concurs marcaţi cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.*** |
| 10. | Se dă triunghiul ABC şi punctele $M \in (BC)$, $N \in (CA)$, $P \in (AB)$ astfel încât $\frac{AP}{PB} = \frac{BM}{MC} = \frac{CN}{NA} = \frac{1}{3}$. Stabiliţi care din următoarele afirmaţii sunt adevărate:<br>**A** Triunghiurile ABC şi MNP au acelaşi centru de greutate<br>**B** $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$<br>**C** Pentru orice punct Q din planul triunghiului ABC are loc relaţia: $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{QM} + \overrightarrow{QN} + \overrightarrow{QP}$<br>**D** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3 \cdot \overrightarrow{OH}$ unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, iar H este ortocentrul triunghiului ABC |
| 11. | Care dintre valorile lui x verifică ecuaţia: $\lvert x \rvert + \lvert x-1 \rvert = 1$<br>A $x = 0$   B $x = 1$   C $x = 2$   D $x \in [0, 1]$ |
| 12. | În triunghiul ABC notăm cu S aria triunghiului, cu p semiperimetrul triunghiului, cu r raza cercului înscris în triunghi şi cu R raza cercului circumscris triunghiului. Precizaţi care dintre relaţiile următoare sunt corecte:<br>A) $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$<br>B) $p = 2R\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$<br>C) $r = (p-a)tg\frac{A}{2}$<br>D) $p - a = 2R\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$ |
| | **SUBIECTELE 13 – 20**<br>Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greşită a răspunsului se scade 1p.<br>***Pentru subiectele* 13-20*, pe grila de concurs completaţi răspunsul corect corespunzător spaţiilor punctate din enunţ*** |
| 13. | Soluţia ecuaţiei $\frac{1}{\{x\}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{[x]}$ este … |
| 14. | Cea mai mare valoare a expresiei $A = x_1y_1 + x_2y_2$ dacă $x_1^2 + x_2^2 \le 2$ şi $y_1^2 + y_2^2 \le 4$ este … |
| 15. | Rezultatul calculului $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 0^\circ \cdot \cos 1^\circ} + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ} + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ} + ... + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 44^\circ \cdot \cos 45^\circ}$ este... |
| 16. | Fie $f: R \to R$, $f(x) = x + [x]$ şi $n \in N, n \ge 1$. Atunci $(\underbrace{f \circ f \circ f \circ ... \circ f}_{n})(x) = ...$ |
| 17. | Pe laturile AB şi AC ale triunghiului ABC se află punctele D şi respectiv E, astfel încât $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$. Fie T intersecţia dreptelor DC şi BE. Valoarea lui $\alpha$ pentru care $\overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \alpha\overrightarrow{TA}$ este... |
| 18. | Fie ecuaţia $x^2 + 2(m-1)x + 8(m^2 - 1) = 0$, $m \in R$. Suma pătratelor rădăcinilor ecuaţiei este maximă pentru m=... |
| 19. | Numărul minim de persoane care trebuie să facă parte dintr-un grup pentru a fi sigur că trei dintre ele s-au născut în aceeaşi lună şi în aceeaşi zi a săptămânii este … |
| 20. | $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)...\left(1 - \frac{1}{2012^2}\right) = ...$ |
| | **TOTAL** 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = **160 PUNCTE** |

**SUCCES !!!**

*Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.* *Timp de lucru 180 minute*