

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”  
 EDIȚIA A VI-A, 27.10.2012  
 SUBIECT CLASA a X-a, M2

Nr. item	<b>SUBIECTELE 1-9</b> Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pe grila de concurs marcați cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.</i>			
1.	Dacă $a, b > 0$ astfel încât $(ab)^{2012} + 1 = 2b^{2012}$ atunci :			
	A) $a > b$	B) $a \leq b$	C) $a < b$	D) $a = b$
2.	Să se calculeze $\cos 2012^\circ - \cos 212^\circ$ :			
	A) 1	B) -1	C) 1/2	D) 0
3.	Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - (2m+1) \cdot x + m+2$ și $x_1, x_2$ rădăcinile ecuației $f(x) = 0$ . Dacă $x_1^2 x_2 = x_1 x_2^2$ , atunci mulțimea valorilor lui $m$ este :			
	A) $\{-2, 2\}$	B) $\{-2, \pm \frac{\sqrt{7}}{2}\}$	C) $\{2, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\}$	D) $\{0, \pm 1\}$
4.	Triunghiul ABC în care are loc relația $b = 2 \cdot a \cdot \cos C$ este . . .			
	A) echilateral	B) scalen	C) isoscel	D) dreptunghic
5.	Dacă $ \overline{AB} + \overline{AC}  =  \overline{AB} - \overline{AC} $ atunci triunghiul ABC este :			
	A) dreptunghic în A	B) echilateral	C) isoscel	D) dreptunghic în B
6.	Dacă $A = B = \{0, 1, 2\}$ , determinați numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$ astfel încât $f(0) + f(1) + f(2) = 3$			
	A) 7	B) 6	C) 21	D) 12
7.	Valoarea expresiei $E = \frac{\sin 53^\circ - 2 \cos 40^\circ \cdot \sin 13^\circ}{\cos 63^\circ}$ este :			
	A) 2	B) 0	C) 1	D) $\frac{1}{2}$
8.	Valoarea sumei $S = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + \dots + n \cdot (n+3)$ este :			
	A) $\frac{n(3n+1)(n+2)}{6}$	B) $\frac{n(2n+1)(n+3)}{3}$	C) $\frac{n(n+1)(n-5)}{6}$	D) $\frac{n(n+1)(n+5)}{3}$
9.	Dacă ABCDEF este hexagon regulat înscris în cercul de centru O și $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{AF} = m \cdot \overline{AO}$ atunci $m = \dots$			
	A) 5	B) 7	C) 8	D) 6
	<b>SUBIECTELE 10 – 12</b> Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pentru subiectele 10-12, pe grila de concurs marcați cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.</i>			

10.	Dacă $S_n = 4n^2 - 3n$ este suma termenilor unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ , precizați care din următoarele afirmații sunt adevărate :			
	A) 2012 este termen al progresiei $(a_n)_{n \geq 1}$	B) rația progresiei este 8	C) $a_{10} = 73$	D) 153 este termen al progresiei $(a_n)_{n \geq 1}$
11.	Se consideră propozițiile : <p><math>p</math> : „funcția <math>f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}</math>, <math>f(n) = \frac{1+(-1)^n}{2}</math> este periodică”  <math>q</math> : „există punctele distincte A, B, C în plan având coordonatele numere întregi, vârfurile unui triunghi echilateral”.</p> Precizați care dintre propozițiile următoare sunt adevărate:			
	A) $q \rightarrow p$	B) $\neg p \wedge q$	C) $\neg p \vee q$	D) $\neg p \leftrightarrow q$
12.	Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ . Stabiliți care din următoarele afirmații sunt adevărate :			
	A) $f(-2012) \cdot f(-2011) \cdot \dots \cdot f(2012) = 0$	B) $f$ este concavă	C) $d: x = 2$ este axă de simetrie	D) Vârful parabolei se află deasupra axei Ox
<b>SUBIECTELE 13 – 20</b> Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greșită a răspunsului se scade 1p. <b><i>Pentru subiectele 13-20, pe grila de concurs completați răspunsul corect corespunzător spațiilor punctate din enunț</i></b>				
13.	În progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ se știe că : $a_7 + a_{27} + a_{47} + a_{54} + a_{74} + a_{94} = 300$ . Suma primilor 100 termeni ai progresiei este . . .			
14.	Să se determine parametri reali $m$ și $n$ pentru care parabola asociată funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = x^2 + mx + n$ are vârful $V(1; -3)$ .			
15.	Perioada principală a funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow [0, 1)$ , $f(x) = \left\{ \frac{3x-1}{5} \right\}$ este . . .			
16.	Soluția ecuației $\left\lfloor \frac{x-1}{3} \right\rfloor = \frac{x+1}{4}$ este . . .			
17.	Fie paralelogramul ABCD, $M \in (AB)$ , astfel încât $\overline{AM} = k \cdot \overline{AB}$ și $\{N\} = AC \cap DM$ . Determinați vectorul $\overline{AN}$ în funcție de vectorul $\overline{AC}$ .			
18.	Dacă $a = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$ și $b = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \dots - \frac{1}{5^{11}}$ , atunci $[a] + [b] = \dots$			
19.	Dacă $a_n = 2^n \cdot 3^{1-n}$ , $n \in \mathbf{N}^*$ este o progresie geometrică atunci numărul $n$ care verifică : $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{130}{27}$ este . . .			
20.	Să se calculeze suma $S = 2012 + 20122012 + 201220122012 + \dots + \underbrace{2012\dots2012}_{10 \text{ ori}}$			
<b>TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = 160 PUNCTE</b>				

**SUCCES !!!**

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 180 minute