MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
COLEGIUL NAŢIONAL „CORIOLAN BREDICEANU" LUGOJ

CONCURSUL DE MATEMATICĂ "GH. POPESCU"

EDIŢIA A VII-A, 27.10.2012

SUBIECT CLASA a XI - a M1

Nr. item				
	SUBIECTELE 1-9 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pe grila de concurs marcaţi cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.***			
1.	Triunghiul echilateral ABC are vârfurile A(1, 0) şi B(-1, 0). Atunci vârful C are coordonatele:			
	A $x = 0, y = \pm\sqrt{3}$	B $x = 0, y = \pm\sqrt{2}$	C $x = 0, y = \pm 2$	D $x = 0, y = \pm\sqrt{5}$
2.	Dacă $\log_a b = m$, atunci $\log_b \sqrt{b\sqrt[3]{ab}}$ este egal cu:			
	A $\frac{4+m}{6m}$	B $\frac{5+m}{2+m}$	C $\frac{5+m}{2m}$	D $\frac{1+4m}{6m}$
3.	Dacă x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$, atunci $x_1^{2012} + x_2^{2012}$ este egal cu:			
	A -1	B 1	C 0	D 2
4.	Dacă $z \in \mathbf{C}$ şi $\lvert z^2+1\rvert = 2\lvert z+1\rvert$, atunci:			
	A $\lvert z\rvert \le \sqrt{15}$	B $\lvert z\rvert \le \sqrt{7}$	C $\lvert z\rvert \le \sqrt{13}$	D $\lvert z\rvert \le \sqrt{12}$
5.	Mulţimea soluţiilor ecuaţiei sin x + sin 2x + sin 3x + … + sin nx = n, $n \in \mathbf{N}$ este:			
	A $\left\{\pm\frac{\pi}{2} + k\pi \middle\vert k \in \mathbf{Z}\right\}$	B $\left\{\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi \middle\vert k \in \mathbf{Z}\right\}$	C $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \middle\vert k \in \mathbf{Z}\right\}$	D $\left\{-\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi \middle\vert k \in \mathbf{Z}\right\}$
6.	Ecuaţia $\sqrt[5]{2x+1+2\sqrt{x^2+x}} + \sqrt[5]{2x+1-2\sqrt{x^2+x}} = 2$ are:			
	A x = 0 soluţie unică	B două soluţii	C nici o soluţie	D o infinitate de soluţii
7.	Dacă x, y, z ∈ (0, 1) ∪ (1, ∞) şi $\frac{x^z}{y^x} = \frac{z^{x-y}}{y^{z-y}\cdot z^{y-x}} = \frac{y^{y-x}}{y^{z-x}}$, atunci între x, y, z există relaţia:			
	A x + y = z	B x + 2y = 2z	C x = y = z	D x = y + z
8.	Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbf{C^*}$ distincte, iar $\lvert z_1\rvert = \lvert z_2\rvert = \lvert z_3\rvert$. Dacă $z_1 + z_2\cdot z_3 \in \mathbf{R}$, $z_2 + z_1\cdot z_3 \in \mathbf{R}$ şi $z_3 + z_1\cdot z_2 \in \mathbf{R}$, atunci $p = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ are valoarea:			
	A p = 1 + i	B p = i	C p = 1	D p = 0
9.	Dacă f : {1, 2, 3, … , n}→{1, 2, 3, …, n} şi $\frac{f(1)}{1} = \frac{f(2)}{2} = ... = \frac{f(n)}{n}$, atunci funcţiile injective f definite ca mai sus au legea de corespondenţă:			
	A f(n) = n + 1	B f(n) = 2n -1	C f(n) = n + 2	D f(n) = n
	SUBIECTELE 10 – 12 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pentru subiectele 10-12, pe grila de concurs marcaţi cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.***			
10.	Se consideră ΔABC având A(5, 1), o mediană de ecuaţie y = 2x şi o înălţime de ecuaţie y = - x. Atunci:			
	A B(- 4, - 8) C(- 3, 3)	B B(4, - 8) C(3, - 3)	C AB: x – y – 4 = 0	D $A_{\Delta ABC} = 45$

<table>
<tr><td rowspan="2">11</td><td colspan="4">Fie f, g : R → R, $f(x) = (\log_2 3)^{\sin x}$ şi $g(x) = (\log_3 2)^{\cos x}$. Dacă α este maximul funcţiei f iar β este maximul funcţiei g, atunci:</td></tr>
<tr><td>A $\alpha = \beta$</td><td>B $\alpha = \log_2 3$</td><td>C $\beta = \log_3 2$</td><td>D $\beta = \log_4 3$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">12.</td><td colspan="4">Dacă M = {(x, y) ∈ $\mathbf{R}^2$ | (x, y) sunt soluţii pentru ecuaţia $\sqrt{3-x} + \sqrt{5-y} = 6 - \sqrt{4+x+y}$ } şi p reprezintă cardinalul mulţimii M, atunci:</td></tr>
<tr><td>A x = 1</td><td>B y = – 1</td><td>C x = – 1, p = 1</td><td>D x = – y , y = 1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">SUBIECTELE 13 – 20
Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greşită a răspunsului se scade 1p.
Pentru subiectele 13-20, pe grila de concurs completaţi răspunsul corect corespunzător spaţiilor punctate din enunţ</td></tr>
<tr><td>13.</td><td colspan="4">Valoarea expresiei $E = \dfrac{C_{k-1}^{k-1} + C_k^{K-1} + ... + C_{2k-1}^{k-1}}{C_{k-1}^{k-1} + C_k^{k-1} + ... + C_{2k-2}^{k-1}}$ este egală cu ...</td></tr>
<tr><td>14.</td><td colspan="4">Mulţimea soluţiilor ecuaţiei tg[x] · tg {x} = 1 este …</td></tr>
<tr><td>15.</td><td colspan="4">Suma coeficienţilor dezvoltării $(3x + y – 3)^{2012}$ este egală cu …</td></tr>
<tr><td>16.</td><td colspan="4">Dacă $a_i \in (0, 1)$ sau $a_i \in (1, \infty)$, $i = \overline{1,n}$ şi
$(\log_{a_1} a_2 + \log_{a_2} a_3 + ... + \log_{a_n} a_1) \cdot (\log_{a_2} a_1 + \log_{a_3} a_2 + ... + \log_{a_1} a_n) \geq u(n)$, atunci u(n) este egală cu …</td></tr>
<tr><td>17.</td><td colspan="4">Valoarea expresiei x = $\sqrt[6]{8\sqrt{2}(7+4\sqrt{3})} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt{2}} - 2\sqrt{6\sqrt{2}}}$ este egală cu …</td></tr>
<tr><td>18.</td><td colspan="4">Dacă $\begin{cases} C_n^1 x^{n-1} y = 240 \\ C_n^2 x^{n-2} y^2 = 720 \\ C_n^3 x^{n-3} y^3 = 1080 \end{cases}$, atunci x = … şi y = …</td></tr>
<tr><td>19.</td><td colspan="4">Inegalitatea $3 \cdot 4^x + (m – 1)2^x + m > 0$ este adevărată pentru orice x > 0 dacă m aparţine intervalului …</td></tr>
<tr><td>20.</td><td colspan="4">Dacă A(3, 5), B(-5, -4), C(-3, -1) şi D(4, -4) sunt vârfurile patrulaterului ABCD şi vectorii $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}$, respectiv $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ sunt coliniari, atunci punctele M din plan care îndeplinesc această condiţie aparţin mulţimii …</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = 160 PUNCTE</td></tr>
</table>

SUCCES !!!

Notă:Toate subiectele sunt obligatorii. *Timp de lucru 180 minute*