

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”  
 EDIȚIA A VII-A, 27.10.2012  
 SUBIECT CLASA a XI – a M2

Nr. item	<b>SUBIECTELE 1-9</b>			
	Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pe grila de concurs marcați cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.</i>			
1.	Domeniul maxim de definiție al funcției $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = \lg \left( \frac{1- x-2 }{3- x-2 } \right)$ este:			
	A $(-\infty, 3) \cup (5, \infty)$	B $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$	C $[2, 3) \cup [5, \infty)$	D $(-\infty, -1) \cup (1, 3) \cup (5, \infty)$
2.	Valoarea numărului $L = \sqrt[2012]{2025^{\lg 45} 44 - 2012^{\lg 2011} 2011 + 3 \cdot 25 + 1}$ este:			
	A 2	B 1	C 0	D 2012
3.	Soluția ecuației $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots + C_{2012}^2 = C_n^2$ este:			
	A 2012	B 2013	C 2014	D nu are soluție
4.	Valoarea sumei $S = \sum_{k=2}^n \frac{k^2 - 2}{k!}$ este:			
	A $1 - \frac{n+2}{n!}$	B $2 - \frac{n+1}{n!}$	C $3 - \frac{n+2}{n!}$	D $1 + \frac{n-1}{n!}$
5.	Fie B(1, 2), C(-5, 4). Punctele A pentru care centrul de greutate G al triunghiului ABC se află pe axa Ox sunt situate:			
	A pe dreapta de ecuație $x = -4$	B pe dreapta de ecuație $y = 6$	C pe dreapta de ecuație $x = 4$	D pe dreapta de ecuație $y = -6$
6.	Fie M mulțimea tuturor funcțiilor definite pe $A = \{1, 2\}$ cu valori în $B = \{3, 4, 5\}$ . Probabilitatea ca, alegând o funcție din mulțimea M, aceasta să fie injectivă, este:			
	A 0,(3)	B 0,5	C 0,(6)	D 0,6
7.	Mulțimea valorilor naturale nenule ale lui n pentru care $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n-1]{a} \cdot \sqrt[n-2]{a} \cdot \dots \cdot \sqrt[2]{a} \leq \sqrt[n]{a^n}$ , $a \in (0, 1)$ , este:			
	A $\{1, 2, 3\}$	B $\{1, 2\}$	C $\mathbf{N}^*$	D $\emptyset$
8.	Valoarea expresiei $\frac{\frac{\sin 2x}{3} - \operatorname{tg} x}{\cos x - \operatorname{ctg} 2x}$ pentru $x = \frac{\pi}{4}$ este:			
	A $\sqrt{2}$	B $\frac{\sqrt{2}}{2}$	C $-\sqrt{2}$	D $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
9.	Pentru ce valori ale parametrului real m funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 1 \\ (m^2 - 1)x - 5m + 8, & x \geq 1 \end{cases}$ este strict monotonă?			
	A $m \in [0, \infty)$	B $m \in (1, 2] \cup [3, \infty)$	C $m \in (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$	D $m \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
<b>SUBIECTELE 10 – 12</b>				
Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pentru subiectele 8-10, pe grila de concurs marcați cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.</i>				
Fie $z \in \mathbf{C}$ cu $ z^2 + 1  = 2 z + 1 $ . Stabiliți care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:				

	A $ z  \leq \sqrt{7}$	B $\operatorname{Re} z = 1 \Rightarrow  z  = \sqrt{7}$	C $ z  = \sqrt{7} \Rightarrow \operatorname{Re} z = 1$	D $\operatorname{Re} z \in [-1, 3]$
11.	Fie funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Stabiliți care din următoarele afirmații este adevărată:			
	A Dacă $f$ este strict monotonă, atunci $f$ este injectivă	B Dacă $f$ este injectivă și $g$ este surjectivă, atunci $f \circ g$ este surjectivă	C Dacă $f$ și $g$ sunt inversabile, atunci $f \circ g$ este inversabilă	D Dacă $f$ și $g$ sunt surjective, atunci $f \circ g$ este surjectivă.
12.	Fie ecuația $z^4 + 256 = 0$ . Stabiliți care din următoarele afirmații este adevărată:			
	A Produsul rădăcinilor ecuației este un număr real	B Toate rădăcinile ecuației au modulul egal cu 4.	C partea reală a unei rădăcini este $\sqrt{2}$	D Partea imaginară a unei rădăcini este $2\sqrt{2}$
<p><b>SUBIECTELE 13 – 20</b></p> <p>Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greșită a răspunsului se scade 1p.</p> <p><b><i>Pentru subiectele 13-20, pe grila de concurs completați răspunsul corect corespunzător spațiilor punctate din enunț</i></b></p>				
13.	Inversa funcției $f : [0, \infty) \rightarrow \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ , $f(x) = 2^{\sqrt{x}-1}$ este ...			
14.	Mulțimea soluțiilor ecuației $3^{\frac{x+2012}{n+2011}} + 3^{\frac{x+2010}{n+2011}} = 10$ este ...			
15.	Fie $A(1, 4)$ , $B(-2, -3)$ , $C(7, -4)$ în planul cartezian. Dacă $G$ este centrul de greutate al triunghiului $ABC$ , atunci $\overrightarrow{GA}$ se descompune după versorii $\vec{i}$ și $\vec{j}$ în relația ...			
16.	Fie $f : \left[\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow [0, \infty)$ , $f(x) = \log_a(\sqrt{2x-1} + 1)$ , $a > 1$ . Mulțimea valorilor lui $x$ pentru care $f^{-1}(x) \leq 13$ este ...			
17.	Fie $x = \frac{2^n + 2^{n-2}C_n^2 + 2^{n-4}C_n^4 + \dots}{2^{n-1}C_n^1 + 2^{n-3}C_n^3 + 2^{n-5}C_n^5 + \dots}$ . Valoarea expresiei $E(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ este ...			
18.	Dacă suma ultimilor trei coeficienți ai binomului $\left(\sqrt{2^x} + \frac{1}{\sqrt{2^{x-1}}}\right)^n$ este 22 și suma dintre termenii de rang 3 și rang 5 este 135, atunci mulțimea valorilor lui $x$ este ...			
19.	Mulțimea soluțiilor ecuației $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ este ...			
20.	Fie $z_1, z_2, \dots, z_n \in \mathbf{C}$ , $n \in \mathbf{N}^*$ cu $ z_1  =  z_2  = \dots =  z_n  > 0$ și $E = \frac{(z_1+z_2)(z_2+z_3)\dots(z_{n-1}+z_n)(z_n+z_1)}{z_1 z_2 \dots z_n}$ . Atunci partea imaginară a lui $E$ este ...			
<b>TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = 160 PUNCTE</b>				

**SUCCES !!!**

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 180 minute