MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ
COLEGIUL NAŢIONAL „CORIOLAN BREDICEANU” LUGOJ

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”

EDIŢIA A VII-A, 27.10.2012

SUBIECT CLASA a XII - a M1

Nr. item				
	SUBIECTELE 1-9 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p. ***Pe grila de concurs marcaţi cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.***			
1.	Aria patrulaterului ABCD având vârfurile A(-2, 2), B(-3, -1), C(-2, -3) şi D(2, 0) este egală cu:			
	A $\frac{17}{2}$	B 50	C $\frac{25}{2}$	D 30
2.	Fie $l = \lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{\frac{n}{n+1}} - \sqrt{\frac{n+2}{n+3}}\right)$. Atunci:			
	A $l = 1$	B $l = -1$	C $l = \infty$	D $l = -\infty$
3.	Dacă A $\in \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$, cu A = $\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ atunci A^{12} este egal cu:			
	A A	B $2^{12} \cdot A$	C $2^{12} \cdot I_2$	D $2^{12} \cdot A^3$
4.	Lungimea segmentului determinat de elipsa E: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - 1 = 0$ pe dreapta de ecuaţie x + 2y – 2 = 0 este:			
	A $\frac{12\sqrt{105}}{25}$	B $\frac{12\sqrt{42}}{25}$	C 6	D $\frac{8\sqrt{26}}{25}$
5.	Limita şirului cu termenul general $a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{(k+1)^2}{k(k+2)} - n$ este egală cu:			
	A ∞	B 0	C $\frac{4}{3}$	D $\frac{3}{4}$
6.	Fie matricea A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, unde a, b, c, d $\in$ **R** astfel încât det A = Tr A = 1. Câte elemente are mulţimea $\{A^n\}_{n\in \mathbf{N}^*}$			
	A 6	B 4	C 12	D 3
7.	Fie funcţia f : D $\to$ **R**, f(x) = $x - 1 - \sqrt{m - x^2}$, m > 0. Tangenta la graficul funcţiei în punctul de abscisă x = $\frac{1}{2}$ este paralelă cu dreapta $y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)x$ dacă m este egal cu:			
	A 3	B 1	C 5	D 9
8.	Fie a, b $\in (0, \infty) - \{1\}$, c $\in \mathbf{R} - \{0\}$. Dacă $a < 1 < b < e^{\frac{1}{c}}$, atunci:			
	A $a^{b^c} < b^{a^c}$	B $a^{b^c} > b^{a^c}$	C $a^{b^c} < b^{c^a}$	D $a^{b^c} > b^{c^a}$
9.	Dacă A, B $\in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ şi A + B = AB, atunci, pentru orice k $\in \mathbf{N}^*$ are loc relaţia:			
	A rang $A^k <$ rang B^k	B rang $A^k >$ rang B^k	C rang $A^k \neq$ rang B^k	D rang $A^k =$ rang B^k
	SUBIECTELE 10 – 12 Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greşită a răspunsului se scade 1p.			

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">Pentru subiectele 10-12, pe grila de concurs marcaţi cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">10.</td><td colspan="4">Fie sistemul $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x-y-2z=-2 \\ x+4y+mz=8 \end{cases}$, m$\in$ R. Atunci:</td></tr>
<tr><td>A
Dacă m $\neq$ 5 sistemul este compatibil determinat</td><td>B
Dacă m = 5 sistemul este incompatibil</td><td>C
(1, -2, 3) este soluţia sistemului pentru m = 5</td><td>D
Dacă m = - 2 sistemul este compatibil nedeterminat.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">11</td><td colspan="4">Dacă X = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ atunci:</td></tr>
<tr><td colspan="2">A $X^n = a_nX + b_nI_3$, a_n, b_n $\in$ Z, n $\in$ N*
B $X^n = 2^n \cdot \frac{X+I_3}{3} + (-1)^n \cdot \frac{2I_3 - X}{3}$, n $\in$ N*</td><td colspan="2">C $X^n = 2^n \cdot \frac{X-I_3}{3} + \frac{I_3+X}{3}$, n $\in$ N*
D $X^{n+1} = (a_n + b_n)X + 2a_nI_3$, n $\in$ N*</td></tr>
<tr><td rowspan="2">12.</td><td colspan="4">Dacă f : R - {1} $\to$ R cu $f(x) = \frac{x^2+1}{|x-1|}$, atunci graficul funcţiei f admite ca asimptotă dreapta de ecuaţie:</td></tr>
<tr><td>A x = 1</td><td>B y = – x – 1</td><td>C y = – x + 1</td><td>D y = x + 1</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">SUBIECTELE 13 – 20
Fiecare exerciţiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greşită a răspunsului se scade 1p.
Pentru subiectele 13-20, pe grila de concurs completaţi răspunsul corect corespunzător spaţiilor punctate din enunţ</td></tr>
<tr><td>13.</td><td colspan="4">Fie M(x) = $\begin{pmatrix} 1-x & x & x-\frac{x^2}{2} \\ -x & x+1 & -\frac{x^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, x $\in$ R. Atunci $[M(1)]^{2012}$ = …</td></tr>
<tr><td>14.</td><td colspan="4">Punctele A(-1, -1, 2), B(3, -2, 1), C(0, 1, 2) şi D(λ, λ - 1, λ + 2) sunt coliniare dacă λ = …</td></tr>
<tr><td>15.</td><td colspan="4">Funcţia f : (-∞, -1] ∪ [1, ∞) → R, f(x) = 2 arctg x + arcsin $\frac{2x}{1+x^2}$ are forma cea mai simplă …</td></tr>
<tr><td>16.</td><td colspan="4">Dacă A $\in$ $\mathcal{M}_3$(R) cu A = $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, atunci A^{-1} = …</td></tr>
<tr><td>17.</td><td colspan="4">$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{2x+1}}{x}$ = …</td></tr>
<tr><td>18.</td><td colspan="4">Dacă M(x, x^2), N(y, y^2), P(z, z^2) cu x, y, z numere naturale consecutive, atunci aria triunghiului MNP este egală cu …</td></tr>
<tr><td>19.</td><td colspan="4">$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^n-1-n(x-1)}{(x-1)^2}$, n $\in$ N*, este egală cu …</td></tr>
</table>

20.	Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$, unde $x_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{k(n-k)!+(k+1)}{(k+1)!(n-k)!}$ este …
	TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = **160 PUNCTE**

Notă:Toate subiectele sunt obligatorii. **SUCCES !!!** *Timp de lucru 180 minute*