

CONCURSUL DE MATEMATICĂ “GH. POPESCU”
 EDIȚIA A VII-A, 27.10.2012
 SUBIECT CLASA a XII – a M2

Nr. item	SUBIECTELE 1-9			
	Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 5p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pe grila de concurs marcați cu X sub litera corespunzătoare răspunsului considerat corect. Pentru fiecare subiect, un singur răspuns este corect.</i>			
1.	Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z})$ și $B = A + I_2$. Atunci $B^2 =$			
	A. $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -12 & 5 \end{pmatrix}$	B. $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ 12 & -5 \end{pmatrix}$	C. $\begin{pmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$	D. I_2
2.	Fie punctele $A(3,1)$; $B(-1,2)$; $C(0,y)$. Aria triunghiului ABC este egală cu 1 pentru:			
	A. $y=0$	B. $y \in \{1,3\}$	C. $y = -\frac{3}{4}$	D. $y \in \{\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\}$
3.	Fie $A(1,1)$; $B(-2,x)$ și $C(4,x^2)$. Punctele sunt coliniare pentru:			
	A. $x = \pm 1$	B. $x \in \{-2,1\}$	C. $x \in \emptyset$	D. $x=2$
4.	Sistemul $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + my + 3z = 0 \\ 4x + m^2y + 9z = 0 \end{cases}$ este compatibil nedeterminat pentru:			
	A. $m=2$	B. $m=3$	C. $m \in \{2,3\}$	D. $m \in \{0,2\}$
5.	Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 2}{4 - x^2}$ este egală cu:			
	A. 2	B. $-\infty$	C. $\frac{1}{2}$	D. ∞
6.	Valoare limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2}{e^x - x - 1}$ este			
	A. -4	B. -2	C. 1	D. 4
7.	Soluția inecuației $\frac{1-\sqrt{x}}{\ln x - 1} > 0$ este:			
	A. $x \in (0, e)$	B. $x \in (1, \infty)$	C. $x \in (1, e)$	D. $x \in (e, \infty)$
8.	Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f_x = \sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$, atunci asimptota orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției f are ecuația:			
	A. $y=0$	B. $y=1$	C. $y = -\frac{1}{2}$	D. $y = \frac{1}{2}$
9.	Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_x = \begin{cases} \frac{-x^2+a}{2}, & x < -2 \\ x - b, & x \in [-2,2] \\ \frac{x^2+a}{2}, & x > 2 \end{cases}$ este continuă pe \mathbb{R} dacă:			
	A. $a=b=2$	B. $a=b=0$	C. $a=2, b=0$	D. $a=b=1$
10.	SUBIECTELE 10 – 12			
	Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 10p, iar pentru alegerea greșită a răspunsului se scade 1p. <i>Pentru subiectele 8-10, pe grila de concurs marcați cu X sub literele corespunzătoare răspunsurilor considerate corecte. Pentru fiecare subiect, mai multe răspunsuri pot fi corecte.</i>			
	Fie sistemul (S) de 3 ecuații liniare cu 3 necunoscute cu coeficienți întregi și A matricea sistemului. Care din următoarele informații sunt adevărate?			

	A. Sistemul (S) are soluții întregi $\Leftrightarrow \det(A) =1$	B. Sistemul (S) este compatibil nedeterminat $\Leftrightarrow \det(A)=0$	C. Sistemul (S) are soluții întregi $\Leftrightarrow A \cdot {}^tA = I_3$	D. Sistemul (S) are soluții întregi pare $\Leftrightarrow \det(A)$ este număr par
11.	Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_x = x - 1 e^{\frac{1}{x}}$. Care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate?			
	A f este o funcție continuă pe $(0, \infty)$	B f este o funcție derivabilă în 1	C $x_0 = 1$ - punct unghiular	D $x_0 = 1$ - punct de întoarcere
12.	Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_x = \begin{cases} \sin(e^{ax} - 1), & x \leq 0 \\ \ln(bx + 1), & x > 0 \end{cases}$. Atunci f este derivabilă în $x_0 = 0$ pentru:			
	A $a=0, b=0$	B $a=0, b=1$	C $a, b \in \mathbb{R}, a = b$	D $a = \frac{\pi}{2}, b = 0$
<p>SUBIECTELE 13 – 20 Fiecare exercițiu corect rezolvat este punctat cu 8p, iar pentru scrierea greșită a răspunsului se scade 1p. Pentru subiectele 13-20, pe grila de concurs completați răspunsul corect corespunzător spațiilor punctate din enunț</p>				
13.	Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, atunci cel mai mic nr. natural pentru care $A^n = I_2$ este ...			
14.	Se consideră funcția $f: (-\infty, 0] \cup [4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f_x = \sqrt{x^2 - 4x}$. Ecuația asimptotei spre $-\infty$ la G_f este ...			
15.	Fie sistemul $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y - z = \lambda \\ 3x + 2y = \lambda^2 \end{cases}$. Atunci valorile lui $\lambda \in \mathbb{R}$ pentru care soluția sistemului verifica relația $x = y + z$ sunt ...			
16.	Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + a}}, a \in \mathbb{R}$.			
17.	Numărul punctelor de discontinuitate ale funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (2x - x^2)e^{nx}}{1 + e^{nx}}$ este egal cu ...			
18.	Soluțiile reale ale ecuației $a \in \mathbb{R}, \begin{vmatrix} e^{2x} & e^{-a} & e^{-x} \\ e^{-a} & e^{2x} & e^{-x} \\ e^{-x} & e^{-x} & e^{2a} \end{vmatrix} = 0$ sunt ...			
19.	Valoarea nr. $m \in \mathbb{R}$ pentru care G_f este graficul funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_x = (x^2 + mx) \ln(x)$ admite în punctul $(1, f_1)$ o tangentă paralelă cu axa Ox este ...			
20.	Valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ cu proprietatea $2^x + a^x \geq 3^x + 4^x, \forall x \in \mathbb{R}$ este ...			
TOTAL 139 PUNCTE + 21 PUNCTE DIN OFICIU = 160 PUNCTE				