COLEGIUL NAȚIONAL DE INFORMATICĂ
Piatra Neamț, Neamț, România, Str. Mihai Viteazu, nr. 12; 610226
Tel/Fax: 00 40 233 227 510; 227 529; 223 252.
http://cni.nt.edu.ro e-mail: cni_pn@yahoo.com

Concursul „PROSOFT@NT”
concurs înscris în calendarul M.E.N.
al concursurilor regionale şcolare
organizate în anul şcolar 2012-2013,
fără finanţare M.E.N., concurs
cu participare internaţională
21 februarie 2013

Concurs de matematică – proba individuală

SUBIECTE
clasa a VIII-a

1. Să se arate că dacă a,b,c sunt numere reale strict pozitive astfel încât

$a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 = 4\sqrt{a^3b^3c^3}$, atunci $ab + ac + bc \geq 2\sqrt{abc}$.

prof. Sergiu Nistor

2. Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, arătaţi că :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} + \ldots + \frac{\sqrt{(n-1)n}}{\sqrt{2n-1+2\sqrt{(n-1)n}}} < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \ldots + \sqrt{n}.$$

***

3. Fie N, P centrele feţelor $ABB'A'$, respectiv $ADD'A'$ ale unui paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ şi $M \in (A'C)$, astfel încât $3 \cdot A'M = A'C$. Să se demonstreze că dacă $MN \perp AB'$ şi $MP \perp AD'$, atunci paralelipipedul este cub.

***

4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic având dimensiunile $AB = a,\ BC = b,\ CC' = c$, iar *M, N, P, Q, R şi S* acele puncte de pe muchiile $[BC], [BB'], [A'B'], [A'D'], [DD']$ şi respectiv $[CD]$, pentru care drumurile $AX + XC'$, $x \in \{M, N, P, Q, R, S\}$ au lungimile minime. Să se arate că punctele *M, N, P, Q, R şi S* sunt coplanare.

***

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timp de lucru 3 ore.