

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

Barem
Clasa a 12-a

1. a) Verifică axiomele grupului 3p
b) Determină pe a din condițiile de izomorfism 2p
c) $E = \frac{n-1}{3n+1}$ 2p
2. a) $I = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$, $J = \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$ 1p
Calculează I+J și I-J și determină I și J 1p
b) Face substituția $\cos x = t$ și ajunge la integrala $\int \frac{1}{1-t^2} dt$ 1p
Finalizează 1p
c) Demonstrează că f nu are proprietatea lui Darboux 1p
Finalizează 1p
3. a) Demonstrează relațiile $f(e) = e'$ și $f(x') = (f(x))'$ 3p
b) Demonstrează că $\text{Im}f$ este subgrup 2p
c) Demonstrează că $\text{Ker}f$ este subgrup 2p
4. a) Explicitează partea întreagă și scrie funcția pe ramuri 1p
Justifică integrabilitatea funcției pe $[0,1]$ 1p
Utilizează teorema de aditivitate și calculează integrala 1p
b) Calculul integralei 2p
c) Aplică metoda integrării prin părți pentru
 $f(x) = \frac{x}{1-x \ln x}$, $g'(x) = e^{-x}(1-x \ln x)$ 1p
Finalizează 1p