INSPECTORATUL
ŞCOLAR
JUDEŢEAN
SATU MARE

MINISTERUL
EDUCAŢIEI
NAŢIONALE

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a V-a

Barem de corectare

1. a)

$a=503\cdot[1\cdot(4+100)-(101-1)]+1$

$a=503\cdot[104-100]+1$

$a=503\cdot4+1$ 3p

$a=2012+1$

$a=2013$

$b=2015\cdot(1009+1004)-2013\cdot2=2015\cdot2013-2013\cdot2=2013\cdot2013=4052169$ 2p

b) $2013^2=2013\cdot2013$

$2013^2=2013^2$ 2p

2. a)

$S=2011\cdot(2012:2)=2023066$ 4p

b) $1+2+3+....+2011=2023066$ 1p

rezultă $2023066<2023067$, 1p

rezultă unul din numere poate să fie mai mare decât 2011. 1p

3. t – vârsta tatălui

g – vârsta unuia dintre gemeni

rezultă t + 2g = 40 1p

t + 16 = 2g + 32 1p

t = 2g +32 -16 1p

t = 2g + 16 1p

2g + 16 + 2g = 40 1p

4g = 40-16 0,5p

4g = 24 g = 6 0,5p

t = 28 0,5P

Răspuns: Vârsta tatălui 28 ani, vârsta unui copil 6 ani. 0,5p

(Se acceptă oricare altă metodă corectă de rezolvare)

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Nr. probl.	**Rezolvare**	**Pct.**
1.a)	În ecuația $2m+3p+4t=56$, unde m, p, t numere prime $2m$, $4t$ și 56 se divid cu 2 $\Rightarrow$ $3p$ trebuie să se dividă cu 2, dar p este prim $\Rightarrow p=2$	1p
	Înlocuim p și obținem: $2m+4t=50$ Împărțind ecuația cu 2 avem: $m+2t=25$	1p
	$m=3 \Rightarrow 3+2t=25 \Rightarrow t=11$ $m=5 \Rightarrow t=10$ nu este prim $m=7 \Rightarrow t=9$ nu este prim $m=11 \Rightarrow t=7$ $m=13 \Rightarrow t=6$ nu este prim $m=17 \Rightarrow t=4$ nu este prim $m=19 \Rightarrow t=3$ $m=23 \Rightarrow t=1$ nu este prim $m=29 \geq 25$	2p
	Rezultatele sunt: $m=3$, $p=2$, $t=11$ $m=11$, $p=2$, $t=7$ $m=19$, $p=2$, $t=3$	1p
1.b)	$n \,\vdots\, 2010$ Calculul sumei $n=1005\cdot 2011=2021055$	1p
	Aflarea restului 1005	1p
2.a)	Obs. că a≠0. Relația din enunț devine: $100+\overline{ab}+10\cdot\overline{ab}+2=\left(\overline{ab}\right)^2$ de unde,	1p
	$11\cdot\overline{ab}+102=\left(\overline{ab}\right)^2$ $\left(\overline{ab}\right)^2-11\cdot\overline{ab}=102$	1p
	$\overline{ab}\left(\overline{ab}-11\right)=102$ Dar, 102=51·2=34·3=17·6	1p

	Asadar, soluția problemei sunt: $\overline{ab} = 17, \overline{ab} - 11 = 6$, De unde, $\overline{ab} = 17$	1p
2b)	$\overline{abba} = 1001\ a + 110\ b$ $1001 = 3 \cdot 7 \cdot 11$ $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$	1p
	a) 7 / 1001 deci 7/ 1001a $\forall\ a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$şi 7 / divide $\overline{abba}$ daca 7 / 110 b . Cum 7 nu divide pe 110 trebuie să dividă pe b $\Rightarrow$ b $\in \{0,7\}$ Deci, 18 numere.	1p
	b) 11 / 1001 deci 11/ 1001a, $\forall\ a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, 11 / 110 deci 11 / 110 b $\forall\ b \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ Deci, 90 de numere.	1p
3. a)	Se notează $x = m(\sphericalangle AOP)$ [OA este bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle MOA) = x \Rightarrow m(\sphericalangle MOB) = 2x$	1p
	$m(\sphericalangle AOP)$ şi $m(\sphericalangle NOC)$ opuse la vârf $\Rightarrow m(\sphericalangle NOC) = x$	1p
	[ON - bisectoare $\Rightarrow m(\sphericalangle BON) = x$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON) + m(\sphericalangle NOC) = 180^\circ$ $\Rightarrow x + 2x + x + x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$	1p
	Avem $m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOB) = x + 2x = 108^\circ$ $\Rightarrow m(\sphericalangle POB) = 4x = 154^\circ$	1p
3b)	Din [OR - bisectoarea $\sphericalangle MON \Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{m(\sphericalangle MON)}{2}$ $\Rightarrow m(\sphericalangle MOR) = \frac{3x}{2} = 54^\circ$	1p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle AOR) = m(\sphericalangle AOM) + m(\sphericalangle MOR) = 90^\circ \Rightarrow OR \perp AC$	1p

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

Barem de corectare

Problema 1. $CD = x, P_{ABCD} = 4x + 6$ (1 punct)

$x = 3$ (1 punct)

$A_{ABCD} = 18\ cm^2$ (1 punct)

$A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot h_1}{2} = \frac{AB \cdot h_2}{2} = 12$ (1 punct)

$d(A, BC) = \frac{24}{5}$ (1 punct)

S centru de greutate în triunghiul *PAB*. (1 punt)

$\frac{A_{ASM}}{A_{ASP}} = \frac{SM}{SP} = \frac{1}{2}$ (1 punct)

Problema 2. $a + 1 = 2^{2014}$ (3 puncte)

$\sqrt{a + 2\sqrt{a+1} + 2} = 2^{1007} + 1$ (2 puncte)

Restul împărţirii lui *a* la 14 este 1. (1 punct)

$k = 14s + 13, s \in \mathbb{N}$ (1 punct)

Problema 3.

După 6 zile călătorul ajunge în M_2. (2 puncte)

După 30 de zile călătorul ajunge în M_4. (1 punct)

După $2^{n+1} - 2$ zile călătorul ajunge în M_n. (2 puncte)

După 98 de zile călătorul ajunge la 1 km de punctul *C*. (1 punct)

Dacă *AB*=*d*, în *k* zile călătorul va parcurge distanţa

$AS_k = \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)d = \frac{k}{2(k+2)}d$, $AS_k \geq AC \Leftrightarrow \frac{k}{2(k+2)} \geq \frac{1}{2}$,

relaţie imposibilă. (1 punct)

Problema 4. $\frac{CN}{AC} = \frac{NY}{YA} = \frac{MX}{XA} = \frac{BM}{AB}$ (3 puncte)

Str. 1 Decembrie 1918 nr. 6
Cod 440010 Satu Mare
Tel. +40 (0)261712175
Fax: +40 (0)261713441
www.isj.sm.edu.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

$AN = AM$ (2 puncte)

$m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ (2 puncte)

Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

Barem de corectare

1. a) $\left(3x-\sqrt{3}\right)^2+\left(5y-\sqrt{5}\right)^2=0$ ……………………………………………2p

$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ si $y=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ……………………..……………………………………………1p

Finalizare …..……………………………………………………………………..1p

b) Inegalitatea din enunț este echivalentă cu

$xyz^4-2xyz^2t^2+xyt^4\geq xyz^4-x^2z^2t^2-y^2z^2t^2+xyt^4$ ………………..…………………… 2p.

Echivalent cu $z^2t^2(x-y)^2\geq 0$ ………………………………………………………………………1p

2. a) $x=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$

- după raționalizarea numitorilor obținem

$\frac{1-\sqrt{2}}{1-2}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4}+\dots+\frac{\sqrt{2024}-\sqrt{2025}}{2024-2025}=$

………………………………… 1p

$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\sqrt{4}+\dots-\sqrt{2024}+\sqrt{2025}=$ ………………………
……………………………………………1p

$=-1+45=44\in\mathbb{N}$ $\quad(\sqrt{2025}=45)$…………………….……..1p

b) i) $(a^2+1)(b^2+1)=a^2b^2+a^2+b^2+1$ …………………………………1p

$=(ab-1)^2+(a+b)^2$ ……………………………………………………………..1p

ii) $(a^2+1)(b^2+1)=(ab-1)^2+(a+b)^2\geq 2\sqrt{(ab-1)^2(a+b)^2}$ ……………. 1p

$=2(ab-1)(a+b)$ …………………………………………………………...1p

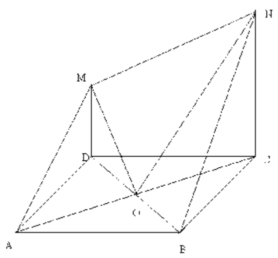
3. a) Presupunem prin absurd că A, M, N, B sunt coplanare. Obținem că MN || AB, contradicție..2p

b) Folosind teorema celor trei perpendiculare, se obține d (M, AC)= MO. 1p

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic MDO obținem MO= $3\sqrt{6}$ cm...........1p

c)Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic NCO obținem NO = $3\sqrt{11}$ cm..........1p

In trapezul dreptunghic MNCD se obține MN = $3\sqrt{5}$ cm..1p



Conform reciprocii teoremei lui Pitagora triunghiul MON este dreptunghic deci MN $\perp$ MO. Daca triunghiul MON este dreptunghic, atunci $A_{MON} = \frac{MN \cdot MO}{2} = \frac{9\sqrt{30}}{2} cm^2$ 1p

4. a)SABCD – piramidă patrulateră regulată $\Rightarrow$ AQ$\equiv$ NC

Fie QE perpendicular pe AC, deci AE$\equiv$ CF, OE $\equiv$ OF, EQ$\equiv$ NF , NF este perpendicular pe AC, QE|| NF,……………….………………………………………………………1p

Deci EQFR este paralelogram……………………………………………………………………………………1p

RQ$\cap$ EF= {O}, QR$\cap$ BD= {O} deci B,R,Q , D sunt coplanare………………………………………………1p

b)BM$\equiv$ DP, SBD triunghi isoscel, deci PM|| BD…………………………………………….…………1p

Unghiului dintre dreptele MP şi RQ este congruent cu unghiului dintre dreptele BD şi RQ……1p

BD este perpendicular pe planul (ASC) şi OQ inclusă în planul (ASC), deci BD este perpendicular pe OQ…………………………………………………………………………………………………1p

Deci, măsura unghiului dintre dreptele MP şi RQ este 90°…………………………………………………..1p