

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 09.02.2013

CLASA A V-A

BAREM

1. Dacă 0 nu aparține mulțimii A atunci cele mai mici 37 de numere naturale diferite au suma $1 + 2 + 3 + \dots + 37 = 703 > 702$...**2p**

Observăm ca 0 aparține mulțimii A și se calculează suma $0 + 1 + 2 + \dots + 37 - 1 = 703 - 1 = 702$...**3p**

Produsul elementelor mulțimii A este 0...**2p**

2. $A = 3^2 + 3^4 + 3^6 + 3^8 + \dots + 3^{2006} / \cdot (3^4 - 3^2)$...**2p**

$72 \cdot A = 3^6 + 3^8 + 3^{12} + \dots + 3^{2010} - 3^4 - 3^6 - \dots - 3^{2008}$

$A = (3^{2010} - 3^4) : 72 \Rightarrow A = 3^2(3^{2006} - 1) : 8$...**2p**

$8A + 9 = (3^{1003})^2$ este patrat perfect...**3p**

3. Pentru asezarea numerelor în figură ...**2p**

În figură sunt prezentate 9 linii, adunând sumele de pe fiecare linie vom obține $9 \cdot 30 = 270$...**2p**

Notăm cu k numărul din cercul din centrul și obținem

$1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 8k = 270 \Rightarrow 190 + 8k = 270 \Rightarrow k = 10$.

Pe fiecare linie vom aseza numere de forma $10 - a, k, 10 + a; a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$...**3p**

4. Notăm cu x- nr de gări inițiale și cu y- numărul de gări nou construite.

La început au existat $x(x - 1)$ tipuri de bilete deoarece fiecare gară vindea câte un tip de bilet spre toate celelalte x-1 gări...**2p**

Dacă se adaugă y gari se vor mai tipări $y(x + y - 1)$ tipuri de bilete de la gările noi la toate celelalte de pe calea ferată și încă xy de la gările existente la cele noi, în total $y(x + y - 1) + xy$.

$y(2x + y - 1) = 46$...**3p**

Dacă $y = 1 \Rightarrow 2x = 46 \Rightarrow x = 23$;

Dacă $y = 2 \Rightarrow 2x + 1 = 23 \Rightarrow x = 11$;

Dacă $y = 23 \Rightarrow 2x + 22 = 2$ nu convine;

Dacă $y = 46 \Rightarrow 2x + 46 - 1 = 1$ nu convine...**2p**