

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A IX-A MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

Subiectul 1:

a) Notează $\frac{x-n-1}{n} = k, k \in \mathbb{Z}$ 1p

Obține $\left[\frac{kn+1}{n+1} \right] = k$ 1p

Obține $k \in (-n; 1]$, deci sunt $n+1$ soluții.....1p

b) Deduce că $x \in \mathbb{Z}$ 1p

Ecuția devine: $\left[\frac{x+1}{3} \right] + \left[\frac{x+2}{3} \right] + \left[\frac{x+3}{3} \right] = x+1$ 1p

Folosește identitatea lui Hermite.....1p

Finalizare $x \in \mathbb{Z}$ 1p

Subiectul 2:

a) Scrie inegalitatea în forma $a^2(a-b) + b^2(b-a) \geq 0$ 1p

Obține $(a-b)^2(a+b) \geq 0$ 1p

Finalizare.....1p

b) Folosește inegalitatea de mai sus pentru $a \rightarrow \sqrt{a}, b \rightarrow \sqrt{b}$ 1p

Obține $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{abc} \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a} + \sqrt{abc}$ 1p

Deduce că $\frac{1}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{abc}} \leq \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{abc}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})}$ 1p

Finalizare.....1p

Subiectul 3:

a) folosește inducția matematică. Verificare.....1p

Scrie relația în forma $x^n + \frac{1}{x^n} = \left(x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x^{n-2} + \frac{1}{x^{n-2}}\right)$ 2p

Finalizare.....1p

b) In relația anterioară consideră $x = 2 + \sqrt{3}$ 1p

Obține că $\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$ 1p

Finalizare.....1p

Subiectul 4:

a) Demonstrează relația3p

b) Aplică teorema lui Menelaus in triunghiul BEC si transversala $E - F - C$ 3p

Obține $\alpha = -\frac{3}{4}$ 1p