

**Concursul Național de Matematică Aplicată ” Adolf Haimovici ”,  
16 februarie 2013**

filiera teoretică: profil real: Științe ale naturii  
cl. a IX-a

**Barem**

**1.) a)**  $a_n = a_1 q^{n-1}$  (1punct);  $a_6 = a_1 q^5 \Rightarrow q = 2$  (1punct)

$$S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2^{n-1}} = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) \underset{(1 \text{ punct})}{=} \frac{2}{3} \left( \frac{2^n - 1}{2^n} \right) \quad 2 \text{ puncte}$$

**b)**  $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = 6n - 3$  1 punct

$$a_{n+1} - a_n = 6, \forall n \in \mathbf{N}^* \quad 1 \text{ punct}$$

concluzia: șirul este o progresie aritmetică cu rația  $r = 6$  1 punct

2.) a)  $\frac{4}{37} = 0,(108)$  1 punct

$$a_{2012} = 0 \quad 1 \text{ punct}$$

b)  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2012} = 0 + 670(a_1 + a_2 + a_3) + 1 + 0 = 670(1 + 0 + 8) + 1 = 6031$   
1 punct

c)  $[2(8 - 1)^n + 3(8 - 3)^{n-1} - 1] : 8, n \in \mathbf{N}^*$  1 punct

$$P(n): \text{ ” } (2 \cdot 7^n + 3 \cdot 5^{n-1} - 1) : 8, n \in \mathbf{N}^* \text{ ”} \quad 1 \text{ punct}$$

Inducție 2 puncte

3.)  $|x - 2012| = 4024 - [x + 2012] \in \mathbf{Z} \Rightarrow x \in \mathbf{Z}$  2 puncte

Dacă  $x \geq 2012 \Rightarrow [x] = 4024 - x \Rightarrow x = 2012$  2 puncte

Dacă  $x < 2012 \Rightarrow [x] = x \Rightarrow x \in \{k \in \mathbf{Z} / k < 2012\}$  2 puncte

Deci  $x \in \{k \in \mathbf{Z} / k \leq 2012\}$  1 punct

4.) Desen corect 1 punct

Scrierea vectorului de poziție a mijlocului unui segment

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AF} \quad 1 \text{ punct}$$

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CF} \quad 1 \text{ punct}$$

Adunarea celor două relații

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2(\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CF}) \quad 1 \text{ punct}$$

Pe de altă parte  $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{EF}$  2 puncte

Finalizare 1 punct