

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 16 februarie 2013

Județul Argeș

Barem clasa a IX-a

1. a) 1) Cazul $[x]=1$1p
2p
2) Obținerea afirmației $[x] \leq 0$1p
3) Obținerea – scrierea $x = k + \frac{k}{k-1} = \frac{k^2}{k-1}$, cu $k \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}^*$ 1p sau 2p
(Se acordă 1p dacă s-a luat doar cu " \Rightarrow " și 2p dacă s-a luat cu " \Leftrightarrow ")
4) Verificare (dacă nu s-a lucrat cu echivalențe) 1p

- b) Considerarea a 2 mulțimi $A = \{a, b\}$ și $B = \{a, c\}$ și afirmația că o a treia este de forma $C = \{a, d\}$ sau $C = \{b, c\}$ 1p
Excluderea cazului $C = \{b, c\}$ 1p
Finalizare: Orice mulțime din restul de $n-3$ trebuie să-l conțină pe a1p

2. Aplicarea C-B-S pentru $(a+b+c) \leq \sqrt{3(a^2+b^2+c^2)} = 3$2p

Scrierea (obținerea) inegalității echivalente

$$\frac{1}{a+3} + \frac{1}{b+3} + \frac{1}{c+3} \geq \frac{9}{4} \quad (2p)$$

(sau obținerea membrului stâng)

Aplicarea ineg. mediilor, C-B-S sau Bergström și finalizare 2p

Cazul de egalitate 1p

3. a) Obținerea relației vectoriale

$$\overline{H_1H_2} = \overline{BA} \quad \text{sau} \quad \overline{H_2H_3} = \overline{CB} \quad \text{sau} \quad \overline{H_3H_1} = \overline{AC} \quad 1p$$

Demonstrarea tuturor2p

Demonstrarea congruenței 1p

Demonstrarea paralelismului.....1p

- b) Obținerea condiției $\overline{OH_1} + \overline{OH_2} + \overline{OH_3} = \overline{O}$2p

Finalizare.....1p

4. Calculul termenilor a_3, a_4 , eventual a_5 2p

Observația $a_1 < 3, a_2 < 3, a_3 < 3, a_4 < 3$ 1p

Inducția pentru: $a_n \leq 3 - \frac{12}{2^n}, n \geq 3$ 4p

$$(a_n \leq 3 - \frac{3}{2^{n-2}})$$