

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2013

Clasa a V-a

VARIANTA 3

BAREM DE CORECTARE:

1. $a = 0$ 1p

$b = 4$ 1p

$c = 3$ 1p

i) Dacă numărul este \overline{xyz} , $x \in \{3; 4\}$, iar y și $z \in \{0; 3; 4\} \Rightarrow$ 1p

se pot forma $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ numere. 1p

ii) Se formează numai numerele: 304; 340; 403 și 430 \Rightarrow 4 numere distincte. 2p

2. a) Pentru a obține suma minimă Luca trebuie să cumpere 5 kg cu prețul de 4 lei și câte un kg din celelalte. Atunci suma minimă este $5 \cdot 4 + 5 + 6 = 31$ lei. 2p

Pentru a obține suma maximă Luca trebuie să cumpere 5 kg cu prețul de 6 lei și câte un kg din celelalte. Atunci suma maximă este $5 \cdot 6 + 5 + 4 = 39$ lei 2p

b) Pentru a cumpăra cel mai mare număr de kilograme cu suma de 47 de lei, trebuie cumpărate cât mai multe kg din cele cu prețul mai mic. Atunci se poate cumpăra un kg de 6 lei, un kg de 5 lei, iar de restul, adică 36 de lei se cumpără $36 : 4 = 9$ kg. 2p

Deci numărul maxim de kg este 11. 1p

3. $\overline{abc} = 11(a + b + c) + \overline{cba} \Leftrightarrow$

$100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c + 100c + 10b + a \Leftrightarrow$ 1p

$88a = 11b + 110c \Leftrightarrow 8a = b + 10c \Leftrightarrow \overline{cb} = 8a$ 1p

$a = 2 \Rightarrow \overline{cb} = 16 \Rightarrow \overline{abc} = 261$ 1p

Analog, pentru $a \in \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ se obțin numerele

$\overline{abc} \in \{342, 423, 504, 684, 765, 846, 927\}$ 2p

Suma acestor numere este $S = 4752$ 1p

Deoarece cifra unităților este 2, rezultă că S nu este un pătrat perfect. 1p

4. $a : (a - b) = 2 \text{ rest } 3, a - b > 3 \Rightarrow$ 1p

$a = 2(a - b) + 3 \Rightarrow$ 2p

$a = 2a - 2b + 3 \Rightarrow 2b = a + 3 \Rightarrow b = (a - b) + 3 \Rightarrow$ 2p

Câtul este 1 și restul 3. 2p