

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 16 februarie 2013

Județul Argeș

Barem clasa a XII – a

1. Determinarea formei generale a sirului, utilizand ipotezele ... 2p

Aflarea constantelor r, s si t 3p

Calculul lui $r^2 + s^2 + t^2$ 2p

2. Aflarea lui $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 1p

Determinarea lui $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ 1p

Folosirea relațiilor lui Viete în determinarea lui A 2p

Aceleași relații pentru B 2p

Finalizare1p

3. Folosirea relației $\cos 2x = 2\cos^2x - 1$ 2p

Determinarea efectivă a formei funcției de integrat 2p

Folosirea relației $\int_0^\pi \cos^{2k+1} x \, dx = 0$... 2p

Finalizare1p

4. Găsirea relațiilor

$$x_n = \prod_{j=1}^n \left(\frac{(n^2 + j^2)}{n^{(2n)}} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} = \left(\prod_{j=1}^n \left(\frac{n^2}{n^2} + \frac{j^2}{n^2} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \right) = \left(\prod_{j=1}^n \left(1 + \frac{j^2}{n^2} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \right)$$

....2p

Prin logaritmare se obține

$$\ln x_n = \ln \left(\prod_{j=1}^n \left(1 + \frac{j^2}{n^2} \right)^{\left(\frac{1}{n}\right)} \right) = \frac{\left(\sum_{j=1}^n \ln \left(1 + \frac{j^2}{n^2} \right) \right)}{n}$$

...2p

Se determină integrala

$$\int_0^1 \ln(1+x^2) \, dx$$

...2p

Finalizare1p

