INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa IX-a, socio-uman

SUBIECTUL I

Fie numerele x_1, x_2, x_3 in progresie aritmetică. Să se arate că aceste numere verifică relația : $\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} = \frac{2}{x_1 \cdot x_3}$

Din arhiva concursului ,,Adolf Haimovici”,1997

Barem de corectare

x_1, x_2, x_3 în progresie aritmetică, deci $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$……………………………………………..2p

Din relația inițială, prin amplificare şi calcule se obține relația de mai sus………..5p

SUBIECTUL II

Fie f:R→R,o funcție care verifică relația f(x+y)=f(x)+f(y), $\forall x, y \in R$

a)Să se arate că f(0)=0

b)Să se arate că f(-x)= -f(x), $\forall x \in R$

c)Să se calculeze f(-2012)+f(-2010)+.........+f(2010)+f(2012)

propusa de prof. Dorina Pop

Barem de corectare

a) Dacă x=y=0, $f(0+0) = f(0) + f(0)$
$f(0) = 0$ ……………………………………………2p
b) Dacă x=x
y=-2x, obținem: , $f(x-2x) = f(x) + f(-2x)$
$f(-x) = f(x) + f(-x) + f(-x)$ rezultă $f(-x) = -f(x)$……….3p

c)din relația de la b) obținem că $f(-2012) = -f(2012)$…

prin adunarea relațiilor se obține suma =0……….2p

SUBIECTUL III

După două ieftiniri succesive cu 10%,respectiv 25% prețul unui produs este 540 lei.

a)Aflați prețul inițial.

b)Ce procent din prețul inițial reprezintă prețul final?

propunator prof. Dorina Pop

Barem de corectare

P final = 75 % din 90 % din pret initial ……………………………….2p

Pret initial = 800 lei ……………………………….2p

Calculul procentului , p= 67,5% ……………………………….3p

SUBIECTUL IV

Sa se calculeze E = $\frac{1+ab}{a+b} - \frac{1-ab}{a-b}$ pentru a = $\sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ şi

b = $\frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

Arhiva concursului ,,Adolf Haimovici”, 1997

Barem de corectare

a=$\sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{4-(2+\sqrt{2}}$ =……..= 2 ……………………………………………2p

b= $\frac{3\cdot 2\sqrt{2}-2\cdot 2\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{5}}{3\cdot 3\sqrt{2}-2\cdot 3\sqrt{3}+3\cdot\sqrt{5}}$=………..=$\frac{2}{3}$ ………………………………………..2p

calculul expresiei E=$\frac{9}{8}$ …………………………………………..3p

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa X-a, socio-uman

SUBIECTUL I

a) Să se calculeze: $2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{16}}$,

b) Să se aducă expresia E la forma cea mai simplă: $E = \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} : \frac{a + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b}{a-b} + 2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}$

(manual-cl a X.a)

Barem de corectare

a) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{-2}{3}} = 2^{\frac{-2}{15}}$ 2p

b) $E = \frac{\sqrt{a}^3 - \sqrt{b}^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \frac{a-b}{\sqrt{a^2} + \sqrt{ab} + \sqrt{b^2}} + 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 2\sqrt{ab} = a + b$ 5p

SUBIECTUL II

a) Să se compare numerele:

$X = \log_2 16 - \log_2 4 + \log_3 \sqrt{3}$ $\quad$ $Y = \log_5 125 + \log_{11}(4+\sqrt{5}) + \log_{11}(4-\sqrt{5})$

b) Să se calculeze în funcție de a (a>0) 2B+A, dacă

$A = \lg\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \lg\left(1 - \frac{1}{1000}\right)$ $\quad$ $B = \log_3 a + \log_3 a^2 + \log_3 a^3 + \ldots + \log_3 a^{100}$

Propusa de Szabó Hajnal

Barem de corectare

a) x=4-2+0,5=2,5 (1p)

Y=3+$\log_{11}$(16-5)=4 (1.5p)

x< y. (0.5p)

b)$A=\lg\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)...\left(1-\frac{1}{1000}\right)=\lg\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot...\cdot\frac{999}{1000}=\lg\frac{1}{1000}=-3$ (2p)

$B=(1+2+...+100)\log_3 a=5050\log_3 a,\qquad 2B+A=10100\log_3 a-3$ (2p)

SUBIECTUL III

Se consideră funcția $f:D\to R$, $f(x)=\log_3(2x^2-7x+6)$

a) Să se determine domeniul maxim de definiție a funcției

b) Să se calculeze f(1), $f(\frac{5}{2})$, f(3)

c) Să se rezolve ecuația: f(x)=1.

(manual-cl a X.a)

Barem de corectare

a) $2x^2-7x+6>0$ (1.5p)

$x_1=2$, $x_2=3/2 \Rightarrow x\in(-\infty, 3/2)\cup(2, \infty)$

a) f(1) =0, $f(\frac{5}{2})=0$, f(3)=1. (2.5p)

c) $\log_3(2x^2-7x+6)=1$ (3p)

$2x^2-7x+6=3\Rightarrow x_1=3$, $x_2=1/2$ $(x_1, x_2\in D)$

SUBIECTUL IV

Să se rezolve ecuațiile:

b) $2^{2x+1}+2^{x+2}=160$

b) $x^2-3x+\sqrt{x^2-3x+5}=7$.

(manual-cl a X.a)

Barem de corectare

a) $2^x=y>0$ (3p)

$2y^2+4y-160=0\Rightarrow y_1=8$, $y_2<0\Rightarrow x=3$

b)$x^2 3x+5>0\forall x\in R$, deoarece $\Delta<0$

Se noteaza $x^2-3x=a$

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

$a+\sqrt{a+5}=7$, 7-a>0, a<7

$a+5=49-14a+a^2 \Rightarrow a=4$ (4p)

$x^2-3x-4=0 \Rightarrow x_1=4,\ x_2=-1$

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059

Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,

E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa XI-a, socio-uman

SUBIECTUL I

La un concurs , in care punctajele se situeaza intre 0 si 100, s-au obtinut rezultatele:
75 ; 21 ; 46 ; 82 ; 33 ; 11 ; 3 ; 95 ; 87 ; 63 ; 49 ; 51 ; 17 ; 29 ; 38 ; 77 ; 83 ; 59 ; 68 ; 41 ; 33 ; 27 ; 14 ; 63 ; 48 ; 46 ; 76 ; 75 ; 19 ; 92 ; 81 ; 16 ; 28 ; 49 ; 54 ; 71 ; 83 ; 66 ; 94 ; 25 ;

a) Grupati rezultatele concursului intr-un tabel, in functie de apartenenta acestora la clasele statistice : [0 ; 20] , (20 ; 50] , (50 , 90] , (90 , 100].
b) Determinati media seriei statistice formata de notele obtinute la concurs.
c) Daca primii 25% din concurenti sunt premiati, determinati punctajul minim de obtinere a unui premiu si media notelor obtinute de concurentii premiati.

Selectat de prof.Daniela Popa din arhiva concursului A. Haimovici

Barem de corectare

a)

Punctaj	[0-20)	[20-40)	[50-90)	[90-100)
Frecventa absoluta	6	14	17	3

(2 p)

b) $\bar{x}=\dfrac{6\cdot 10+14\cdot 35+17\cdot 70+3\cdot 95}{6+14+17+3}=50,6$ (2 p)

c)25% din 40 = 10

deci cel mai mic punctaj premiat este 76 (1 p)

media punctajelor premiate este 85. (2 p)

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

SUBIECTUL II

La un control de calitate realizat pe un esantion cu 20 pachete de unt , se impun urmatoarele conditii:

- Media pe esantion $\bar{x}$ trebuie sa fie cuprinsa in intervalul [240, 260]
- Abaterea medie patratica σ sa fi mai mica decat 20 .
- Proportia de pachete din afara intervalului [$\bar{x} - \frac{\sigma}{2}$, $\bar{x} + \frac{\sigma}{2}$] sa nu depaseasca 30%;
- Stiind ca esntionul este urmatorul, sa se stabileasca daca acesta trece de toate probele de calitate:

251 ; 239 ; 248 ; 249 ; 252 ; 261 ; 258 ; 254 ; 261 ; 248 ; 244 ; 252 ; 254 ; 249 ; 255 ; 244 ; 239 ; 258 ; 255; 251 ;

autor prof. Daniela Popa

Barem de corectare

$\bar{x}=\frac{2(251+239+248+249+252+261+258+254+244+255)}{20}=\frac{2511}{10}=251,1\in[240,260]$(2 p)

$\sigma^2=\frac{1}{20}[2(251-251,1)^2+\cdots.+2(255-251,1)^2]=38,09$

$\sigma=\sqrt{38,09}$=19,51<20 (2 p)

Exista 4 valori , respectiv : 239,239,261,261 in afara intervalului[$\bar{x} - \frac{\sigma}{2}$, $\bar{x} + \frac{\sigma}{2}$] care este [241,3;260,85].

Deci procentul este 20%< 30%. (2 p)

Astfel esantionul analizat trece toate probele de calitate. (1 p)

SUBIECTUL III

Pretul a doua costume este acelasi initial, dar primul se reduce la inceput cu 35%, dupa care se scumpeste tot cu 35 %. Stiind ca pretul celui de al doilea costum se reduce si el initial cu 35 %, dar apoi se scumpeste, prima data cu 20% si apoi cu inca 15 %, sa se afle care dintre cele doua costume costa mai mult in final.

autor prof. Daniela Popa

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

Barem de corectare

Notam pretul initial cu x.

Pretul primului costum dupa prima reducere va fi 0,65% $\cdot x$. (1 p)

Pretul primului costum dupa cresterea finala va fi 0,65$\cdot 1{,}35 = 0{,}8775 \cdot x$. (1 p)

Pretul celui de-al doilea costum dupa prima reducere va fi 0,65% $\cdot x$. (1 p)

Pretul celui de-al doilea costum dupa prima crestere va fi 0,65$\cdot 1{,}2$% $\cdot x = 0{,}78\, x.$. (1 p)

Pretul celui de-al doilea costum dupa cea de-a doua crestere va fi 0,78$\cdot 1{,}15$% $\cdot x = 0{,}897x$(2 p)

Cum $0{,}8775 \cdot x.< 0{,}897x, rezulta\ ca\ cel\ de-al\ doilea\ costum\ va\ fi\ mai\ scump\ in\ final.$ (1 p)

SUBIECTUL IV

La teza la matematica de pe semestrul I la clasa a X-a A s-au obtinut urmatoarele note:

Nota	5	6	7	8	9	10
Nr. note	2	5	5	5	5	2

In clasa a X-a B s-au obtinut notele:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. note	1	2	4	2	7	8	6

a) Care clasa este cea mai buna?(are media cea mai mare)

b) Care clasa este cea mai omogena? (are dispersia cea mai mica)

Selectat de prof.Daniela Popa din arhiva concursului A. Haimovici

Barem de corectare

a) *X A*

Nota	5	6	7	8	9	10
Nr. note	2	5	5	5	5	2

$\bar{x} = 7{,}5$ (1 p)

X B

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. note	1	2	4	2	7	8	6

$\bar{x} = 8$ (1 p)

Deci clasa XAeste mai buna pentru ca are media mai mare decat XB.

b) XA $\sigma^2 = 2{,}08$

$\sigma = \sqrt{2{,}08}$*=1,4433* (2 p)

XB $\sigma^2 = 2{,}8$

$\sigma = \sqrt{2{,}8}$*=1,673* (2 p)

Cum XB are dispersia mai mare decat XA inseamna ca XA este mai omogena.

(1 p)

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

etapa locală, 9 februarie 2013

clasa XII-a, socio-uman

SUBIECTUL I

Pe multimea numerelor reale definim legile de compozitie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ si

$x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.

a) Sa se verifice ca $(x * 2) - (3 \circ x) = -1,\ \forall x \in R$; (2 puncte)

b) Stiind ca e_1 este elementul neutru în raport cu legea "*" si e_2 este elementul

neutru în raport cu legea "o" sa se calculeze $e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2$. (5 puncte)

selectat de prof. Daniela Popa din arhiva concursului Haimovici

Barem de corectare

a) Verifica prin înlocuire relatia..................3p

b) $\begin{cases} x * e_1 = x \\ x \circ e_2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e_1 = 3 \\ e_2 = 4 \end{cases}$............................2p

folosind propietatile elementului neutru obtinem

$e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2 = e_1 + e_2 = 7$....................................2p

SUBIECTUL II

Pe multimea numerelor reale R se considera legea de compozitie interna $*: R \times R \to R$,

data prin $x * y = xy + \sqrt{2}(x + y) + 2 - \sqrt{2},\ \forall x, y \in R$. Stabiliti daca (R,*) este grup abelian.

selectat de prof. Daniela Popa din arhiva concursului Haimovici

Barem de corectare

Asociativitatea...2p

Elementul neutru $e = 1 - \sqrt{2}$..2p

Elemente simetrizabile $x' = -\frac{x\sqrt{2}+1}{x+\sqrt{2}}, x \neq -\sqrt{2}$...2p

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

(R,*) nu este grup abelian..1p

SUBIECTUL III

În multimea $M_2(R)$ se considera egalitatea $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$. Sa se arate ca daca a_1, a_2, a_3, a_4 sunt in progresie aritmetica , atunci $b_2 - b_1, b_3 - b_2, b_4 - b_3$ sunt in progresie aritmetica.

selectat de prof. Daniela Popa din arhiva concursului Haimovici

Barem de corectare

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2a_3 & a_1a_2 + a_2a_4 \\ a_3a_1 + a_3a_4 & a_2a_3 + a_4^2 \end{pmatrix}$$

(2 puncte)

Deci daca $a_2 = a_1 + r$, $a_3 = a_1 + 2r$, $a_4 = a_1 + 3r$,atunci

$b_1 = 2a_1^2 + 3a_1r + 2r^2, b_2 = 2a_1^2 + 5a_1r + 3r^2, b_3 = 2a_1^2 + 7a_1r + 6r^2,$

$b_4 = 2a_1^2 + 9a_1r + 11r^2,$ (3 puncte)

de unde rezulta $b_2 - b_1, b_3 - b_2, b_4 - b_3$ sunt in progresie aritmetica.
(2 puncte)

SUBIECTUL IV

Spunem ca doua matrice A,B $\in M_2$ (R) au proprietatea (*) daca A+B=A$\cdot$ B.

a)Justificati ca matricele A=$\begin{pmatrix} -4 & 17 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ si B=$\begin{pmatrix} -6 & -17 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ au proprietatea (*).

b)Sa se arate ca daca matricele X,Y □M_2 (R) au proprietatea (*) atunci X$\cdot$ Y = Y$\cdot$X .

selectat de prof. Daniela Popa din arhiva concursului Haimovici

Barem de corectare

a)Calculeaza A+B si A$\cdot$B …………………………………..4 (2+2)puncte

b)Daca X,Y verifica (*) atunci (X $-I_2$) $\cdot$ (Y $-I_2$) = I_2……………2puncte

Din egalitatea obtinem(X $-I_2$) $\cdot$ (Y $-I_2$) = (Y $-I_2$) $\cdot$ (X$-I_2$) obtinem

XY=YX ………………………………………………………1punct.