

Inspectoratul Școlar Județean Mehedinți

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a X-a**

SUBIECTUL I

Fie $z_i \in C^*$, $i = \overline{1, 2013}$, $|z_i| = r$, $\forall i = \overline{1, 2013}$. Arătați că:

$$z = (z_1 + z_2 + \dots + z_{2013}) \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_{2013}} \right) \in \mathbf{R}.$$

SUBIECTUL II

Considerăm numerele reale $a, b, x_1, x_2, \dots, x_n \in (0, 1)$ astfel încât $b^n \leq x_1 x_2 \dots x_n$. Să se arate că $(\log_a b)^n \geq \log_a x_1 \log_a x_2 \dots \log_a x_n$, $\forall n \in \mathbf{IN}$, $n \geq 2$.

SUBIECTUL III

Pe laturile $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_{n-1} A_n, A_n A_1$ ale unui poligon regulat de latură a se consideră punctele B_1, B_2, \dots, B_n , respectiv, în același sens și astfel încât $[A_1 B_1] \equiv [A_2 B_2] \equiv \dots \equiv [A_n B_n] = x$, $x \in (0, a)$. Să se determine x astfel încât aria poligonului $B_1 B_2 \dots B_n$ să fie minimă

SUBIECTUL IV

Se consideră funcția $f : \left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right] \rightarrow [-2, 2]$ dată de formula $f(x) = \cos x + \sqrt{3} \sin x$.

- Să se determine constantele a și b astfel încât $f(x) = a \cos(x + b)$.
- Să se reprezinte grafic funcția f .
- Să se arate că f este inversabilă.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.