

Inspectoratul Școlar Județean Mehedinți

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a XII-a**

SUBIECTUL I

Pe mulțimea \mathfrak{R} definim legea de compoziție : $x * y = \left(\sqrt[2013]{x} + \sqrt[2013]{y} \right)^{2013}$. Să se arate că $(\mathfrak{R}, *)$ este grup abelian și că $(\mathfrak{R}, *) \cong (\mathfrak{R}, +)$.

SUBIECTUL II

Fie $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}; f(x) = \int_0^x \frac{1}{2 + \sin t} dt$.

a) Să se calculeze $f(2\pi)$.

b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2013^x - 1}$.

SUBIECTUL III

Demonstrați că: $1 \geq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\cos x) dx \geq \frac{2}{\pi}$

SUBIECTUL IV

Fie $G_1 = [0,1)$. Definim pe G_1 legea de compoziție : $x * y = \{x + y\}$,

unde $\{x\}$ este partea fracționară a lui x .

Fie $G_2 = \{\cos t + i \sin t | t \in [0, 2\pi)\}$. Să se arate că $(G_1, *)$ și (G_2, \cdot) sunt grupuri abeliene izomorfe.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.