

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**SUCEAVA**  
**16 februarie 2013**

**CLASA a VI-a**

1. Se consideră numerele raționale pozitive:

$$x = 1\frac{1}{99} + 2\frac{2}{99} + 3\frac{3}{99} + \dots + 98\frac{98}{99} \text{ și } y = \frac{21}{97} + \frac{2121}{9797} + \frac{212121}{979797}.$$

- a) Arătați că  $x$  este pătrat perfect;
- b) Comparați numerele  $x$  și  $y$ .
2. Să se demonstreze că numărul  $A = 4 \cdot 15^n + 4 \cdot 134^n + 34^{2n+1}$  este divizibil cu 7, pentru orice număr natural  $n$ .
3. Se consideră unghiul drept  $AOB$  și semidreptele  $(OM)$ ,  $(ON)$ ,  $(OP)$  astfel încât  $(OA)$  este bisectoarea unghiului  $MON$ ,  $(OB)$  este bisectoarea unghiului  $MOP$ , iar  $(OM)$  este bisectoarea unghiului  $NOB$ . Dacă  $[OM] \equiv [ON] \equiv [OP] \equiv [OB]$ , atunci:
- a) realizați figura corespunzătoare datelor problemei;
- b) arătați că punctele  $N$ ,  $O$  și  $P$  sunt coliniare;
- c) arătați că  $\Delta MOP \equiv \Delta NOB$ ;
- d) arătați că  $\Delta NMQ \equiv \Delta PBQ$ , unde  $\{Q\} = MP \cap NB$ .

- Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**  
**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**  
**3. Timp de lucru 2 ore.**