

Inspectoratul Școlar Județean Mehedinți

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a VII-a**

SUBIECTUL I

Rezolvați în \mathbf{Z} ecuația: $15xy - 35x - 6y = 3$.

SUBIECTUL II

Numerele raționale a, b, c satisfac simultan egalitățile:

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{2^{2012}}{3}, \quad \frac{bc}{b+c} = \frac{2^{2013}}{3} \quad \text{și} \quad \frac{ac}{a+c} = \frac{2^{2013}}{5}.$$

Să se arate că $\sqrt{3(b-a)(c-b)(c-a)} \in \mathbf{N}$.

SUBIECTUL III

Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu înălțimile AA', BB' și CC' și cu ortocentrul H .

a) Dacă $\frac{AH}{HA'} = x$ și $\frac{S_{\Delta HBC}}{S_{\Delta ABC}} = y$, să se arate că $\frac{1}{y} = x + 1$, unde $S_{\Delta HBC}, S_{\Delta ABC}$ reprezintă aria triunghiului HBC respectiv aria triunghiului ABC .

b) Dacă $AA' \leq BB' \leq CC'$ să se demonstreze că $AH + BH + CH \geq 2AA'$.

SUBIECTUL IV

Triunghiul ABC are $m(\widehat{BAC}) = 20^\circ$ și $AB = AC$. Fie $M \in (AC)$ astfel încât $m(\widehat{CBM}) = 70^\circ$.

a) Dacă N este piciorul perpendicularei dusă din A pe dreapta BM , să se calculeze valoarea raportului $\frac{AN}{AM}$.

b) Demonstrați că $[AM] \equiv [BC]$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.