

Inspectoratul Școlar Județean Mehedinți

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-16 FEBRUARIE 2013
Clasa a VIII-a**

SUBIECTUL I

Se dau numerele reale pozitive a, b și c astfel încât $a + b + c = 3$. Să se determine valoarea minimă a sumei $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

SUBIECTUL II

Demonstrați că, pentru orice numere reale a, b, x, y și z au loc relațiile:

a) $x^2 + 2ax + b = (x + a)^2 + b - a^2$;

b) $\sqrt{x^2 + 1006x + 1006^2} + \sqrt{y^2 + 1007y + 1007^2} + \sqrt{z^2 - 2013z + 2013^2} > x + y + z$.

SUBIECTUL III

Considerăm tetraedrul $OABC$, în care $OA \perp OB \perp OC \perp OA$ și M, N, P mijloacele laturilor $[AB], [BC]$ și respectiv $[CA]$.

Să se arate că:

a) $A_{\Delta OMN}^2 + A_{\Delta OMP}^2 + A_{\Delta ONP}^2 + A_{\Delta MNP}^2 = \frac{A_{\Delta ABC}^2}{4}$;

b) Distanța de la punctul O la planul (MNP) este egală cu distanța de la punctul M la planul (OPN) .

SUBIECTUL IV

Trei fețe ale unui paralelipiped dreptunghic au lungimile diagonalelor direct proporționale cu numerele $\sqrt{3}, 2$ și $\sqrt{5}$. Știind că lungimea diagonalei paralelipipedului este 6, aflați dimensiunile paralelipipedului.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.