

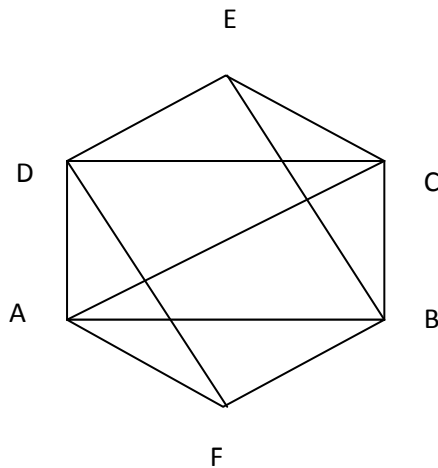
$$\begin{aligned}
 1. \text{ a) } A &= 1 - \frac{3}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{3}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{3}{6^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} - \frac{3}{2012^2} = \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2012^2} \right) - 4 \cdot \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2012^2} \right) = \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2012^2} \right) - \left(\frac{2^2}{2^2} + \frac{2^2}{4^2} + \frac{2^2}{6^2} + \dots + \frac{2^2}{2012^2} \right) = \\
 &= \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2012^2} \right) - \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{1006^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{1007^2} + \frac{1}{1008^2} + \frac{1}{1009^2} + \dots + \frac{1}{2012^2}. \dots\dots\dots 4p
 \end{aligned}$$

b) Avem $1006 \cdot \frac{1}{2012^2} < A < 1006 \cdot \frac{1}{1007^2}$, deci $[A] = 0$.

Deoarece $A < \frac{1006}{1007} \cdot \frac{1}{1007} < \frac{1}{1000}$, rezultă că primele trei zecimale sunt zerouri3p

2. Ar trebui ca $n - 1$ să fie pătrat perfect (2 p) și cum n are două cifre, $n \in \{17, 26, 37, 50, 65, 82\}$ ar rezulta numerele $\sqrt{21}$, $\sqrt{31}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{57}$, $\sqrt{73}$, și $\sqrt{91}$. care nu sunt naturale5 p

3.

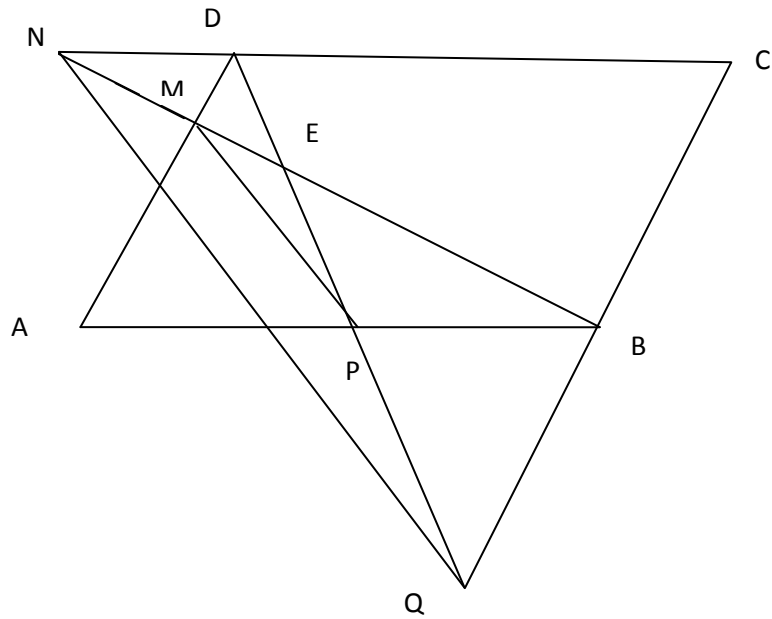


ABCD fiind dreptunghi, \widehat{DAC} și \widehat{ACB} sunt ascuțite și baza mare a trapezelor este $[AC]$

Deoarece $\widehat{DAC} \equiv \widehat{ECA}$ și $\widehat{DAC} \equiv \widehat{ACB}$ (alterne interne) rezultă $\widehat{ECA} \equiv \widehat{ACB}$, deci $[CA]$ este bisectoarea unghiului \widehat{ECB} 2 p

Deoarece $[EC] \equiv [CB]$ (ambele congruente cu $[AD]$) $\Rightarrow [CA]$ este bisectoare în triunghiul isoscel CBE , deci $AC \perp BE$. Analog $AC \perp DF$; dar $DE \parallel AC \parallel BF$, cu proprietățile de mai sus rezultă că unghiurile patrulaterului $BEDF$ sunt drepte ...5 p

4.



Deoarece $ND \parallel PB$ din Teorema lui Thales va rezulta $\frac{EP}{ED} = \frac{EB}{EN}$. Analog din $BQ \parallel DM \Rightarrow \frac{ED}{EQ} = \frac{EM}{EB}$ 3 p

Înmulțind cele două egalități $\Rightarrow \frac{EP}{ED} \cdot \frac{ED}{EQ} = \frac{EB}{EN} \cdot \frac{EM}{EB}$, adică $\frac{EP}{EQ} = \frac{EM}{EN}$

Conform reciprocei teoremei lui Thales $\Rightarrow MP \parallel NQ$ 4 p