

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală, 16.02.2013
Clasa a VII-a

Subiecte:

1. Se consideră numărul rațional

$$A = 1 - \frac{3}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{3}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{3}{6^2} + \dots + \frac{1}{2011^2} - \frac{3}{2012^2}.$$

- a) Să se arate că $A = \frac{1}{1007^2} + \frac{1}{1008^2} + \frac{1}{1009^2} + \dots + \frac{1}{2012^2}$
b) Sa se determine primele trei zecimale ale numărului A .

Mihai Bodan, Cosmești, Teleorman

2. Să se arate că dacă n este un număr natural de două cifre, numărul $\sqrt{n + \sqrt{n-1}}$ nu este natural.
3. Fie $ABCD$ un dreptunghi și punctele E și F de o parte și de alta a dreptei AC astfel încât patrulaterul $ADEC$ și $AFBC$ să fie trapeze isoscele. Să se arate că patrulaterul $BEDF$ este dreptunghi.
4. Fie $ABCD$ un paralelogram, E un punct în interiorul său astfel încât $E \notin (AC)$ și $E \notin (BD)$. Dacă $EB \cap AD = \{M\}$, $EB \cap CD = \{N\}$, $ED \cap AB = \{P\}$, $ED \cap BC = \{Q\}$, să se arate că $MP \parallel NQ$