

Olimpiada Nationala de Matematica
etapa locala- 16 februarie 2013
Clasa a VII-a

Subiecte

Varianta 3

1. Aflați valoarea minimă a sumei:

$$|xy - 2x + y - 2| + |-xy + x - y + 1| + |3x + 3|$$

2. Arătați că

$$8 \leq \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{7}{\sqrt{12}} + \frac{9}{\sqrt{20}} \leq 12.$$

3. Fie $ABCD$ un pătrat și M mijlocul lui $[AB]$. Dacă

$\{N\} = DM \cap AC$, $\{P\} = DM \cap BC$, $\{O\} = AC \cap BD$ și $\{E\} = PO \cap AB$ demonstrați că

$$18 \cdot \text{aria}[NOE] = \text{aria}[ABCD].$$

Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic în care $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle D$ și $M \in [AD]$. Construim $AE \perp MC$, $E \in MC$ și $DF \perp MB$, $F \in MB$. Fie $AE \cap DF = \{G\}$ și $MN \perp BC$. Arătați că punctele G , M , N sunt coliniare

4. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic în care $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle D$ și $M \in [AD]$. Construim $AE \perp MC$, $E \in MC$ și $DF \perp MB$, $F \in MB$. Fie $AE \cap DF = \{G\}$ și $MN \perp BC$. Arătați că punctele G , M , N sunt coliniare

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.